

Lehr-Lernumgebungen im Bereich der Leitidee Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Daniel Frischemeier
WWU Münster

SINUS Profil Mathematik an Grundschulen – 10. Fachtag 2021/2022
21.2.2022

Übersicht

1. Konkrete Umsetzungsmöglichkeiten und praktische Anregungen zur Datenanalyse mit digitalen Werkzeugen in der Primarstufe
2. Arbeitsphase „Datenanalyse mit TinkerPlots und CODAP“
3. Ein kurzer Einblick in Unterrichtsprojekte zur Datenanalyse unter Verwendung digitaler Werkzeuge in Klasse 3/4
4. Kurzer Input & Arbeitsphase „Stochastische Simulationen mit TinkerPlots“

Teil 1

Allgemeine Bemerkungen

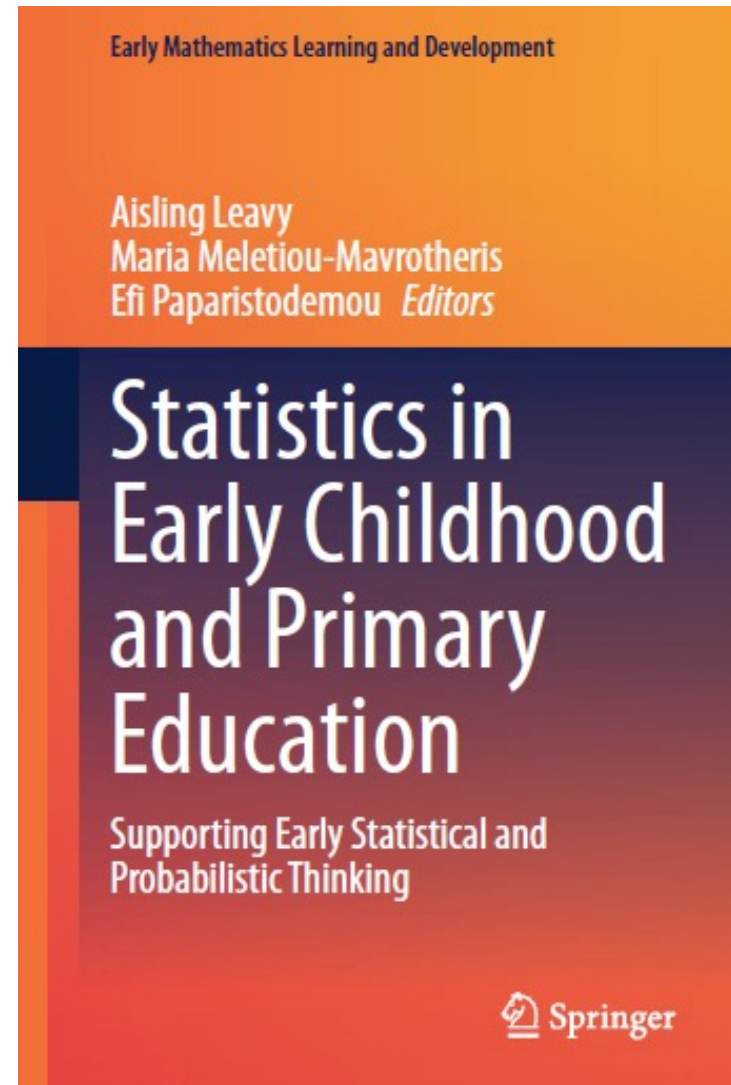
&

Konkrete Umsetzungsmöglichkeiten und praktische
Anregungen zur Datenanalyse mit digitalen
Werkzeugen in der Primarstufe

The need for Early Statistical Thinking

„Today´s students need to learn to work and think with data and chance from an early age, so they begin to prepare for the data-driven society in which they live.“ (Ben-Zvi, 2018, vii)

Leavy, A., Meletiou-Mavrotheris, M., & Paparistodemou, E. (2018). *Statistics in Early Childhood and Primary Education: Supporting Early Statistical and Probabilistic Thinking*. Singapore: Springer.



Ausgangslage

Vorschläge, um Datenkompetenz in der Primarstufe zu fördern:

- Schülerinnen und Schüler beim Generieren adäquater statistischer Fragen unterstützen (u.a. Allmond & Makar, 2010; Arnold, 2013)
- (umfangreiche) Daten mit digitalen Werkzeugen explorieren (u.a. Konold & Higgins, 2003; Harradine & Konold, 2006; Konold, 2007)
- Sammeln von bedeutsamen („meaningful“) Daten (u.a. Leavy & Hourigan, 2018)
- Entwicklung einer globalen Perspektive auf Verteilungen (u.a. Bakker, 2004; Bakker & Gravemeijer, 2004; Konold et al., 2015)
- Vergleich von Verteilungen anhand von Präkonzepten wie modale Klumpen (u.a. Konold et al., 2002; Bakker, 2004; Fielding-Wells, 2018; Allmond & Makar, 2018)
- Durchführen statistischer (Mini-)Projekte, Erleben eines Datenanalysezyklus (z.B. Wild & Pfannkuch, 1999)

Ausgangslage

- Viele dieser Vorschläge und Konzepte finden noch wenig Beachtung
- Datenanalyse im Mathematikunterricht der Primarstufe oftmals ein „Randthema“
 - aber: Digitalisierung, Data Society, Data Literacy, Data Science, etc. ist allgegenwärtig

Was soll im Bereich „Daten“ in der Primarstufe vermittelt werden?

Die Leitidee Daten, Häufigkeit & Wahrscheinlichkeit

Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen...

- ...wie man **Daten** über Objekte oder Ereignisse **erfasst**.
- ...wie man sie **dokumentiert**, insbesondere dann, wenn sie flüchtig (vergänglich) sind.
- ...wie man die so erfassten **Daten** für andere Personen **übersichtlich** in **Tabellen und Diagrammen darstellt**
- ...dass es hilfreich oder sogar notwendig sein kann, die **Daten noch weiter zu bearbeiten um ihren Informationswert zu erhöhen**
- ...wie man solchen **Darstellungen Informationen entnimmt** und diese dann benutzt

(Hasemann & Mirwald, 2012, S. 145)

Was soll im Bereich „Daten“ in der Primarstufe vermittelt werden?

Die Leitidee Daten, Häufigkeit & Wahrscheinlichkeit

Die Schülerinnen und Schüler sollen lernen...

- ...wie man Daten über Objekte oder Ereignisse erfasst.
- ...wie man sie dokumentiert, insbesondere dann, wenn sie flüchtig (vergänglich) sind.
- ...wie man die so erfassten Daten für andere Personen übersichtlich in Tabellen und Diagrammen darstellt
- ...dass es hilfreich oder sogar notwendig sein kann, die Daten noch weiter zu bearbeiten um ihren Informationswert zu erhöhen
- ...wie man solchen Darstellungen Informationen entnimmt und diese dann benutzt

(Hasemann & Mirwald, 2012, S. 145)

NCTM Standards zur Datenanalyse (NCTM 2001, S. 11)

Schülerinnen und Schüler sollen befähigt werden...

- „**Fragen zu formulieren**, die mit Daten angegangen werden können und **relevante Daten** so zu **sammeln**, zu **organisieren** und **darzustellen**, dass die Fragen beantwortet werden können“
- „geeignete statistische Methoden auszuwählen und einzusetzen, um Daten zu analysieren, sowie **auf Daten basierende Schlussfolgerungen und Vorhersagen herzuleiten und zu bewerten**“ (Übersetzung C. Bescherer & J. Engel)

Der Datenanalyse-Zyklus

(z.B. PPDAC-Cycle nach Wild & Pfannkuch, 1999)

Verschiedene Phasen

- **Problem** Problemstellung, Entwicklung einer (stat.)Fragestellung
- **Plan** Planen der Datenerhebung
- **Data Collection** Datenerhebung (Umfrage, Beobachtung, Experiment)
- **Analysis** Darstellung und Analyse der gesammelten Daten

Kann man in der Primarstufe darüber hinaus gehen?

z.B.

Große, reale Datensätze explorieren? (u.a. Garfield & Ben-Zvi, 2008)

Software einsetzen? (u.a. Konold, 2006)

→ Statistische Projekte (mit großen Datensätzen) durchführen?

Exemplarisch: Eine Lehr- Lernumgebung zum schrittweisen Aufbau einer Datenkompetenz in der Primarstufe

1. Verständnis für erste Datenoperationen (wie Trennen und Stapeln) am Beispiel kleiner Datensätzen aufbauen

→ Datenanalyse mit Datenkarten (u.a. in Harradine & Konold, 2006)

2. Aktivitäten aus 1. auf die Analyse größerer Datensätze übertragen

→ Datenanalyse mit der Software TinkerPlots (u.a. Konold, 2006)

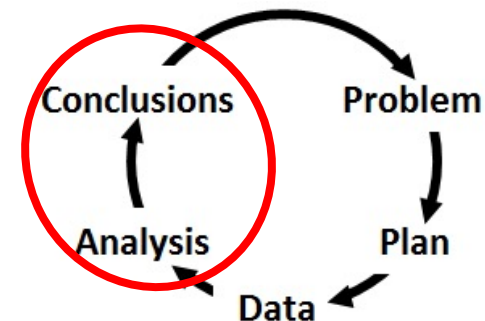
Daten organisieren... mit Datenkarten (siehe Biehler & Frischemeier, 2015)

Fantasiename : Jolie
Geschlecht : weiblich
Augenfarbe : blau
Geschwister : 3
Körpergröße : 134 cm
Abends-Geschichte : nein
Schuhgröße : 33

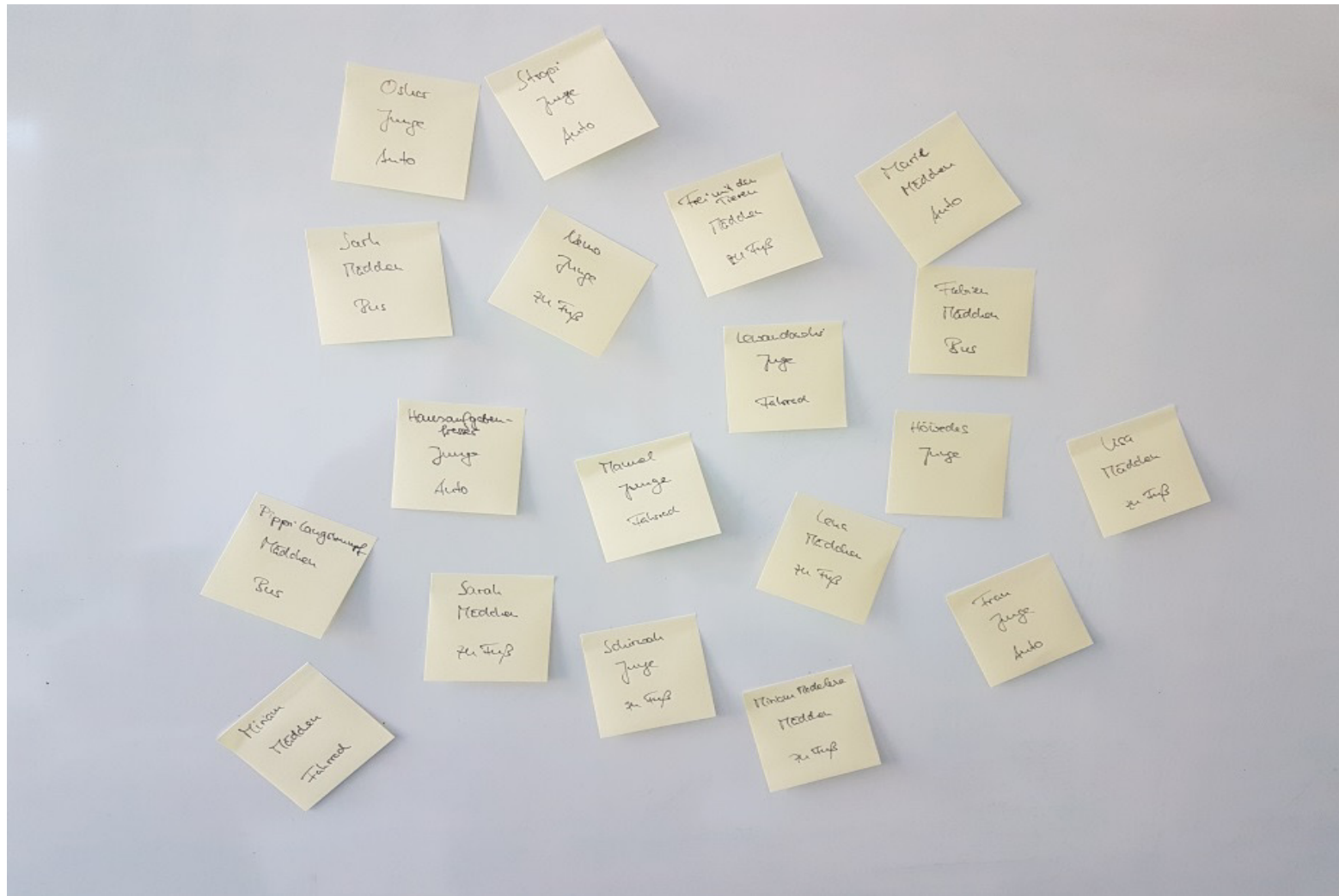
Datenoperationen und Erstellen von Diagrammen

Wie kann ich die Verteilung eines kategorialen Merkmals (z.B.

Wie_zur_Schule) darstellen?

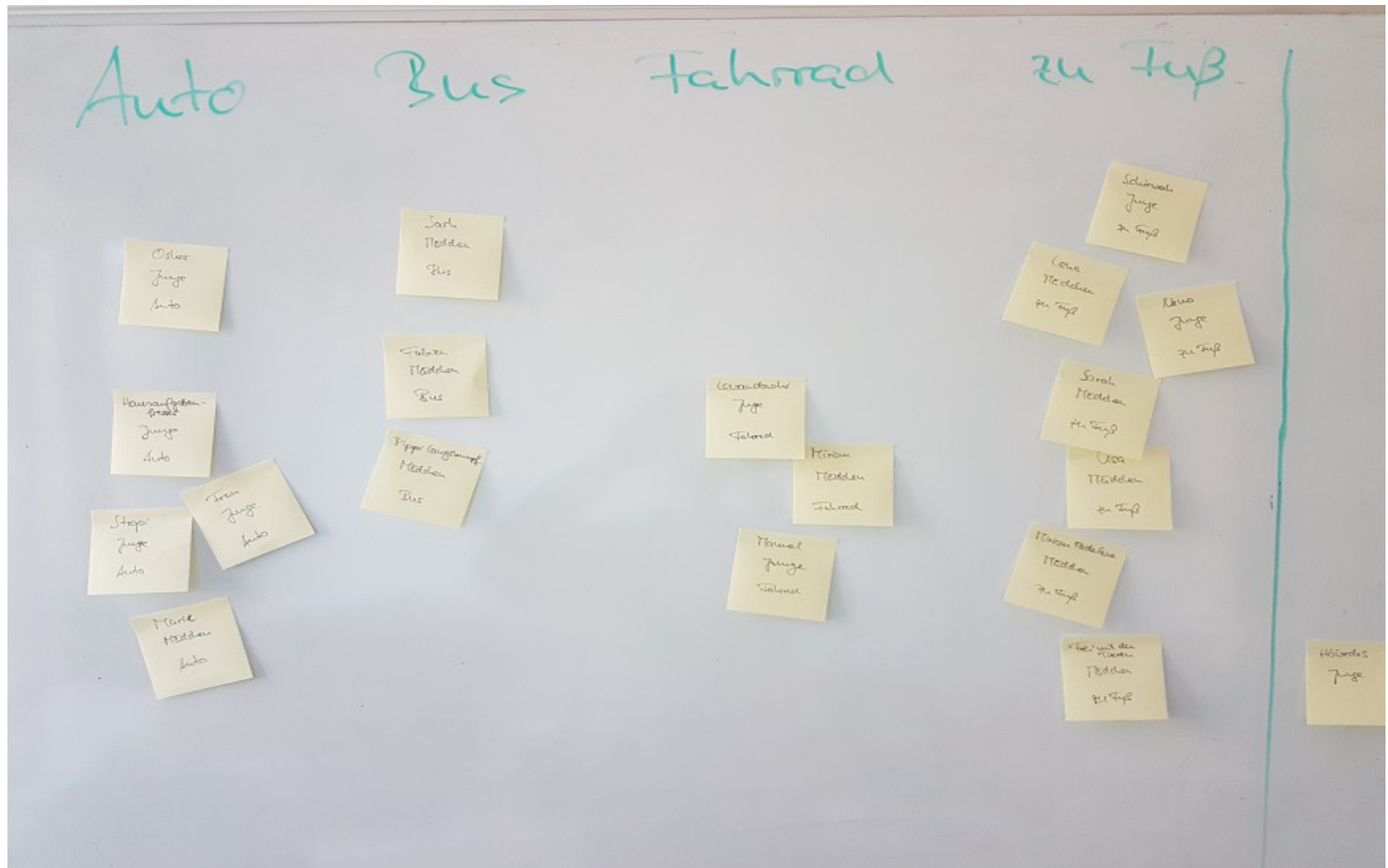


Datenkarten ungeordnet

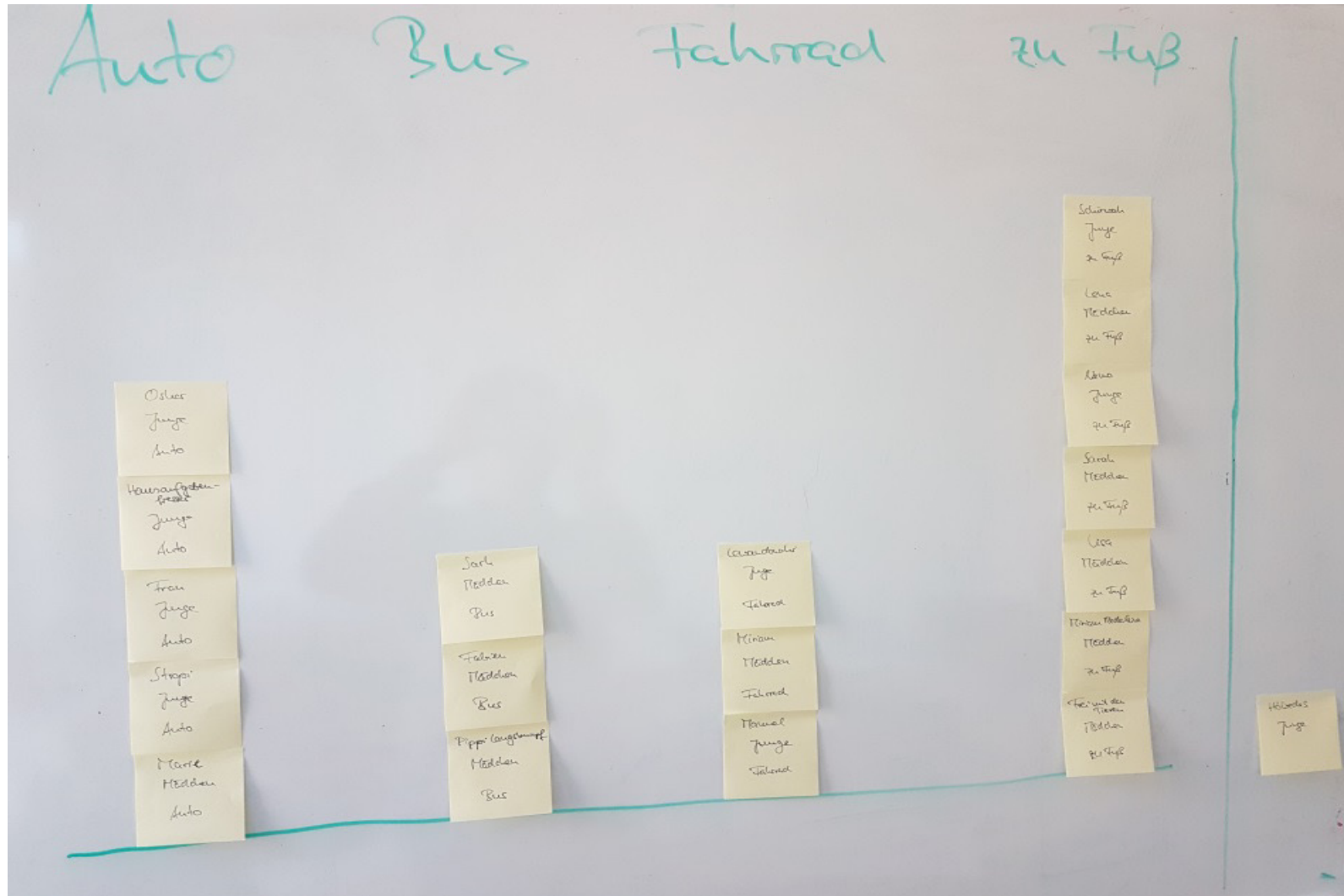


Daten: (Grundschule Willich, Klasse 4, 2017)

Datenkarten getrennt nach Ausprägungen

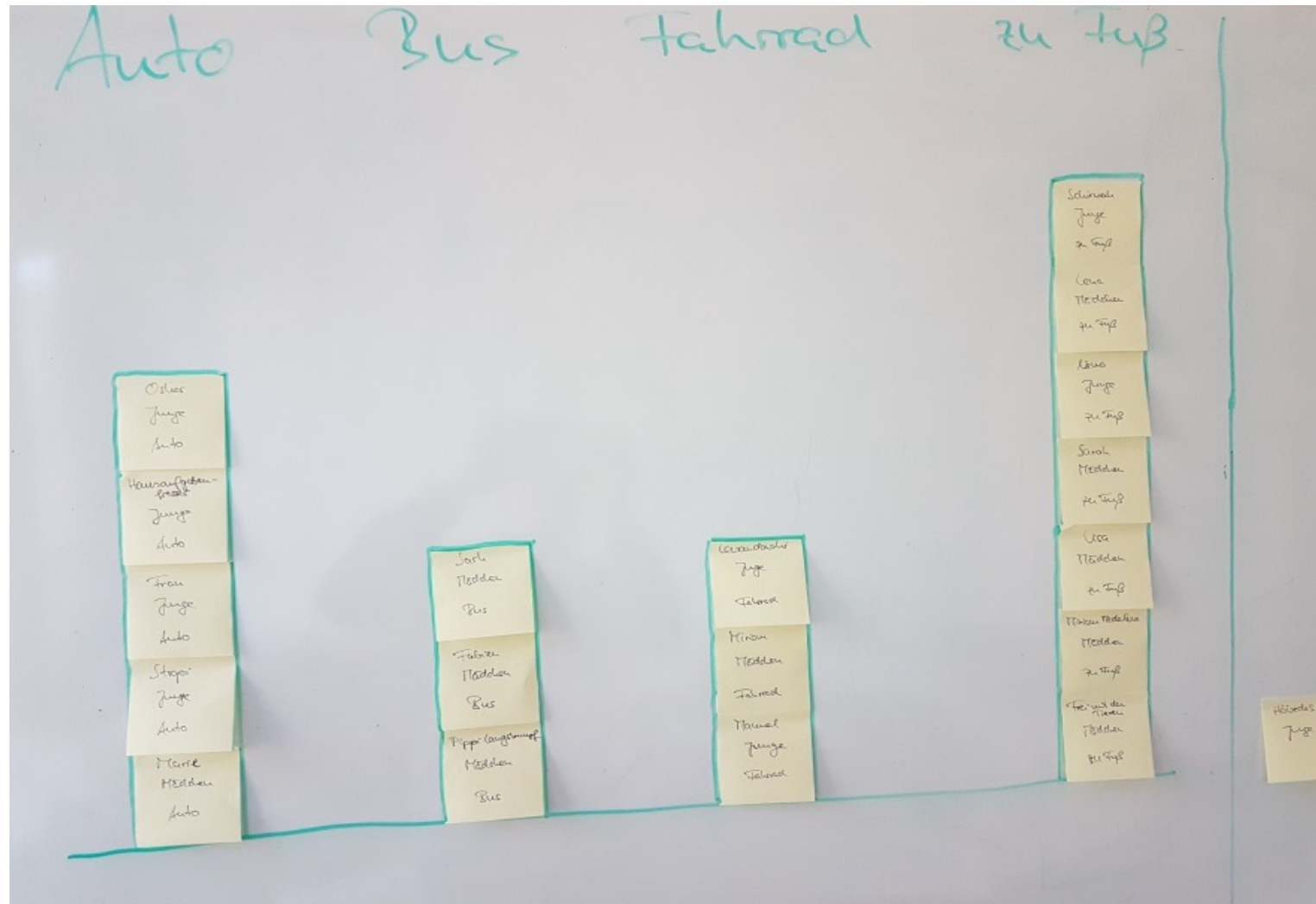


Datenkarten-Säulendiagramm



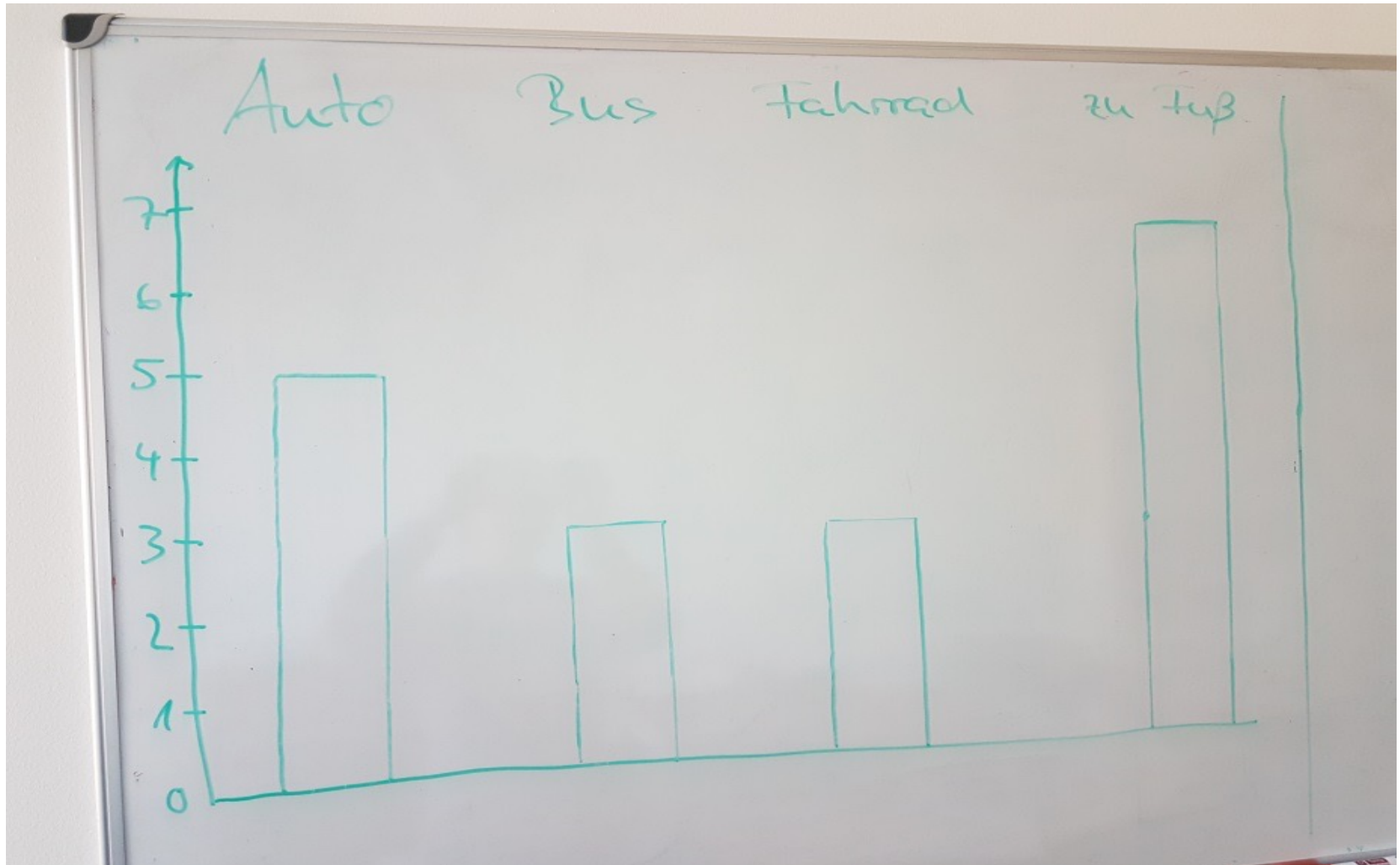
Daten: (Grundschule Willich, Klasse 4, 2017)

Datenkarten-Säulendiagramm (umrandete Säulen)



Daten: (Grundschule Willich, Klasse 4, 2017)

Konventionelles Säulendiagramm



Daten: (Grundschule Willich, Klasse 4, 2017)

Von den Datenkarten zur Software TinkerPlots

- An das Arbeiten mit Datenkarten und an bekannte Datenoperationen anknüpfen
- Größere Datensätze explorieren können



- Entwickelt auf Basis aktueller Erkenntnisse der Stochastikdidaktik von Clifford Konold und Craig Miller für den Einsatz in Klassen 3-8
 - keine Formelkenntnis erforderlich, benötigt nur eine geringe Lernzeit (u.a. Konold 2006, Konold 2007, Konold & Lehrer 2008)
- TinkerPlots ist geeignet um einen **frühen Zugang zu statistischen und probabilistischen Denkweisen** von Schülerinnen und Schülern zu ermöglichen - **das Besondere:**
 - **Knüpft an das Arbeiten mit Datenkarten an**
 - **Erstellen der Graphiken mittels drei Operationen: „Stapeln“, „Trennen“ und „Ordnen“**
 - **Ermöglicht die Analyse umfangreicher Datensätze → Arbeit an „statistischen Projekten“**

Ein „größerer“ Datensatz mit realen Daten zur Datenanalyse in der Grundschule und die Analyse mit TinkerPlots

Umfrage zu Medien- und Freizeitgewohnheiten von 809 Grundschülerinnen und Grundschülern in NRW



Hallo 😊

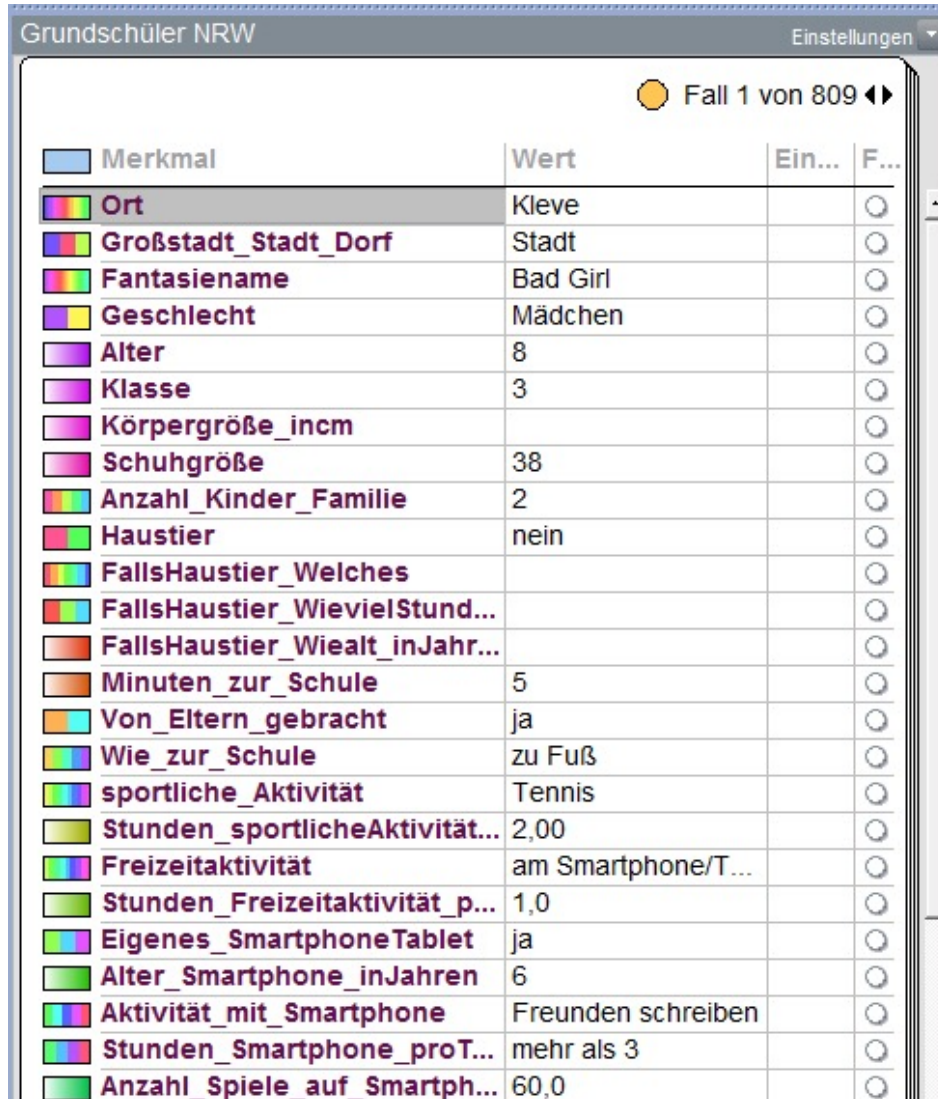
Bitte beantwortet die folgenden Fragen selbstständig. Es kommt ganz allein auf Eure **EIGENEN**

Angaben an!

Danke für Eure Mitarbeit! 😊

- 1) Denke dir einen Namen aus. _____
- 2) Bist du ein Junge oder ein Mädchen?
☐ Junge ☐ Mädchen
- 3) Wie alt bist du?
☐ 7 Jahre ☐ 8 Jahre ☐ 9
- 4) In welcher Klasse bist du?
☐ 3. Klasse ☐ 4. Klasse
- 5) Wie groß bist du? _____ c
- 6) Welche Schuhgröße hast du? (wenn du es schauen 😊) _____
- 18) Wofür nutzt du das Smartphone am meisten?
☐ zum Spielen ☐ Freunden schreiben (z.B. Whatsapp) ☐ telefonieren
☐ Videos gucken (z.B. Youtube) ☐ sonstiges
- 19) Wie lange benutzt du das Smartphone am Tag?
☐ weniger als eine Stunde ☐ 1-2 Stunden ☐ 2-3 Stunden ☐ mehr als 3 Stunden
- 20) Wie viele Spiele hast du auf deinem Smartphone/Tablet?
- 21) Achten deine Eltern darauf, dass du nicht zu lange mit deinem Smartphone beschäftigt bist?
☐ ja, meistens ☐ ja, ab und zu ☐ nein, ich darf es benutzen wann ich möchte
- 22) Hast du eine Spielekonsole? (Playstation, Wii, Xbox, Nintendo)
☐ ja ☐ nein

Daten als Datenkarten in TinkerPlots



Merkmal	Wert	Ein...	F...
Ort	Kleve		<input type="radio"/>
Großstadt_Stadt_Dorf	Stadt		<input type="radio"/>
Fantasiename	Bad Girl		<input type="radio"/>
Geschlecht	Mädchen		<input type="radio"/>
Alter	8		<input type="radio"/>
Klasse	3		<input type="radio"/>
Körpergröße_incm			<input type="radio"/>
Schuhgröße	38		<input type="radio"/>
Anzahl_Kinder_Familie	2		<input type="radio"/>
Haustier	nein		<input type="radio"/>
FallsHaustier_Welches			<input type="radio"/>
FallsHaustier_WievieStund...			<input type="radio"/>
FallsHaustier_Wiealt_inJahr...			<input type="radio"/>
Minuten_zur_Schule	5		<input type="radio"/>
Von_Eltern_gebracht	ja		<input type="radio"/>
Wie_zur_Schule	zu Fuß		<input type="radio"/>
sportliche_Aktivität	Tennis		<input type="radio"/>
Stunden_sportlicheAktivität...	2,00		<input type="radio"/>
Freizeitaktivität	am Smartphone/T...		<input type="radio"/>
Stunden_Freizeitaktivität_p...	1,0		<input type="radio"/>
Eigenes_SmartphoneTablet	ja		<input type="radio"/>
Alter_Smartphone_inJahren	6		<input type="radio"/>
Aktivität_mit_Smartphone	Freunden schreiben		<input type="radio"/>
Stunden_Smartphone_proT...	mehr als 3		<input type="radio"/>
Anzahl_Spiele_auf_Smartph...	60,0		<input type="radio"/>

Umfrage zu Medien- und
Freizeitgewohnheiten
von 809
Grundschülerinnen und
Grundschülern in NRW

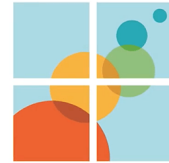
Kurze Demo

Eine Alternative zu TinkerPlots



CODAP

Common Online Data Analysis Platform



CODAP

Die Datenanalyseplattform CODAP

Common Online Data Analysis Platform

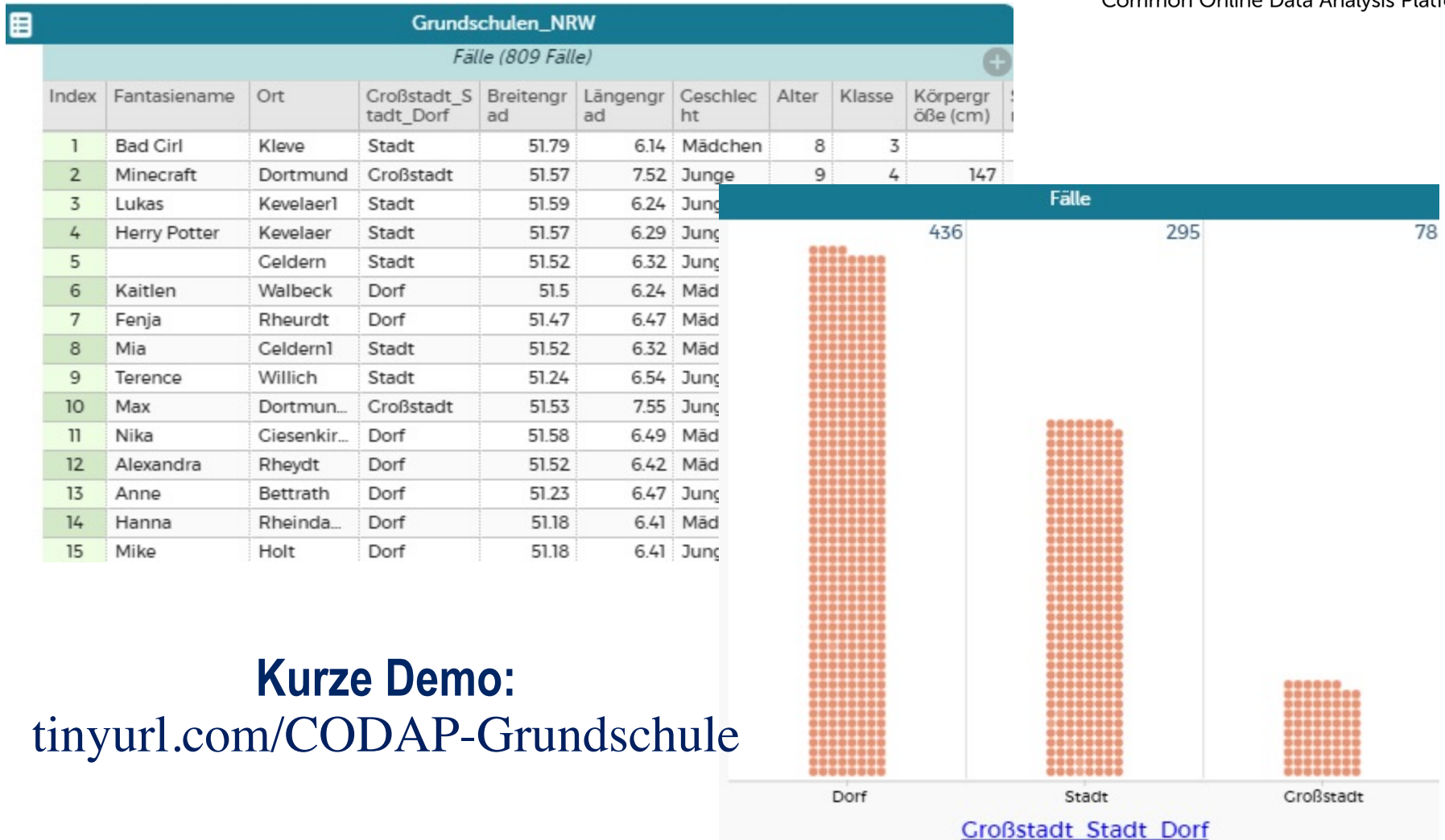
- Entwickelt u.a. von den TinkerPlots Entwicklern
- „abgespeckte Form“
- Ermöglicht „Drehen und Wenden“ von Daten nach selbstgewählten Fragestellungen
- Enthält reale Datensätze (z.B. Grundschule NRW 2017)
- Ist kostenfrei und browserbasiert („schneller Start“ und Vorbereitung durch die Lehrkraft)



CODAP

Die Datenanalyseplattform CODAP

Common Online Data Analysis Platform



Kurze Demo:

tinyurl.com/CODAP-Grundschule

Teil 2

Arbeitsphase „Datenanalyse mit TinkerPlots und
CODAP“



CODAP

Common Online Data Analysis Platform

Kurzer Exkurs: Nützliche Hinweise für die Arbeitsphase

Unterscheide zwischen verschiedenen Typen von
Merkmalen:

kategorial
numerisch

Welche Darstellungsarten gibt es ?

**Wie kann ich Daten darstellen, aufbereiten
oder zusammenfassen?**

Oder:

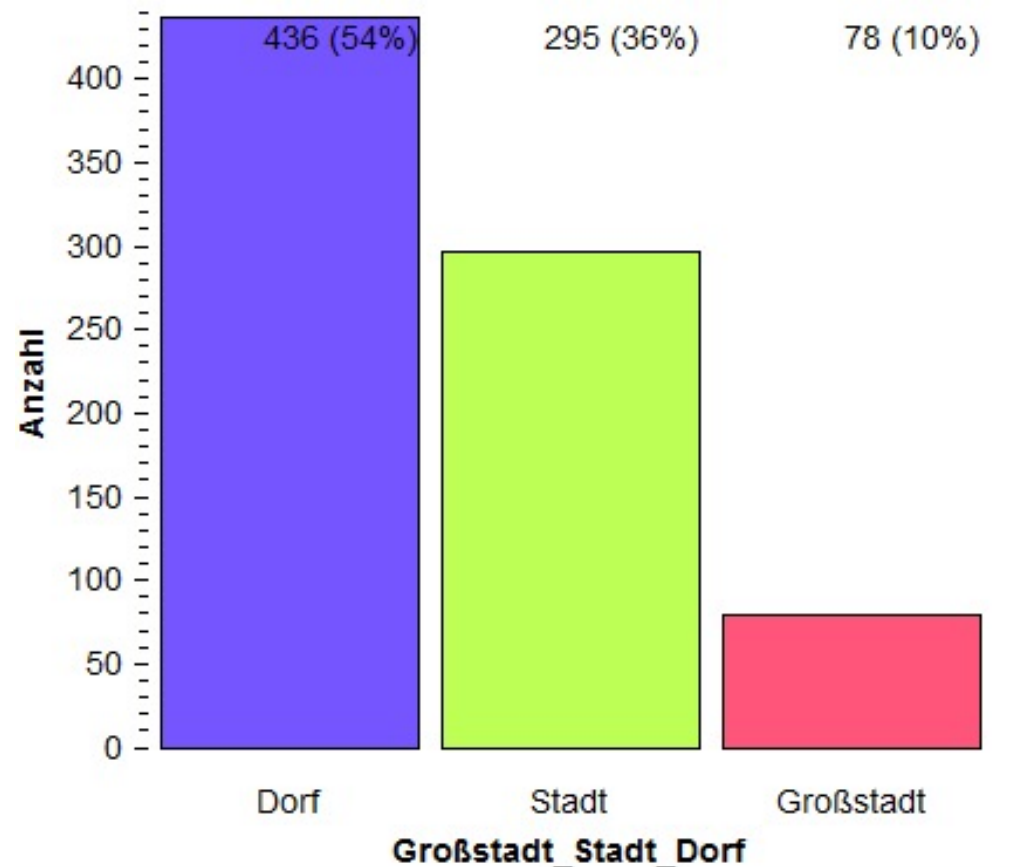
Exploration verschiedener Fragestellungen

Verschiedene Fragestellungen bedingen verschiedene
Arten von Explorationen....

Verteilungen eines kategorialen Merkmals

**Verteilung eines
kategorialen
Merkmals**

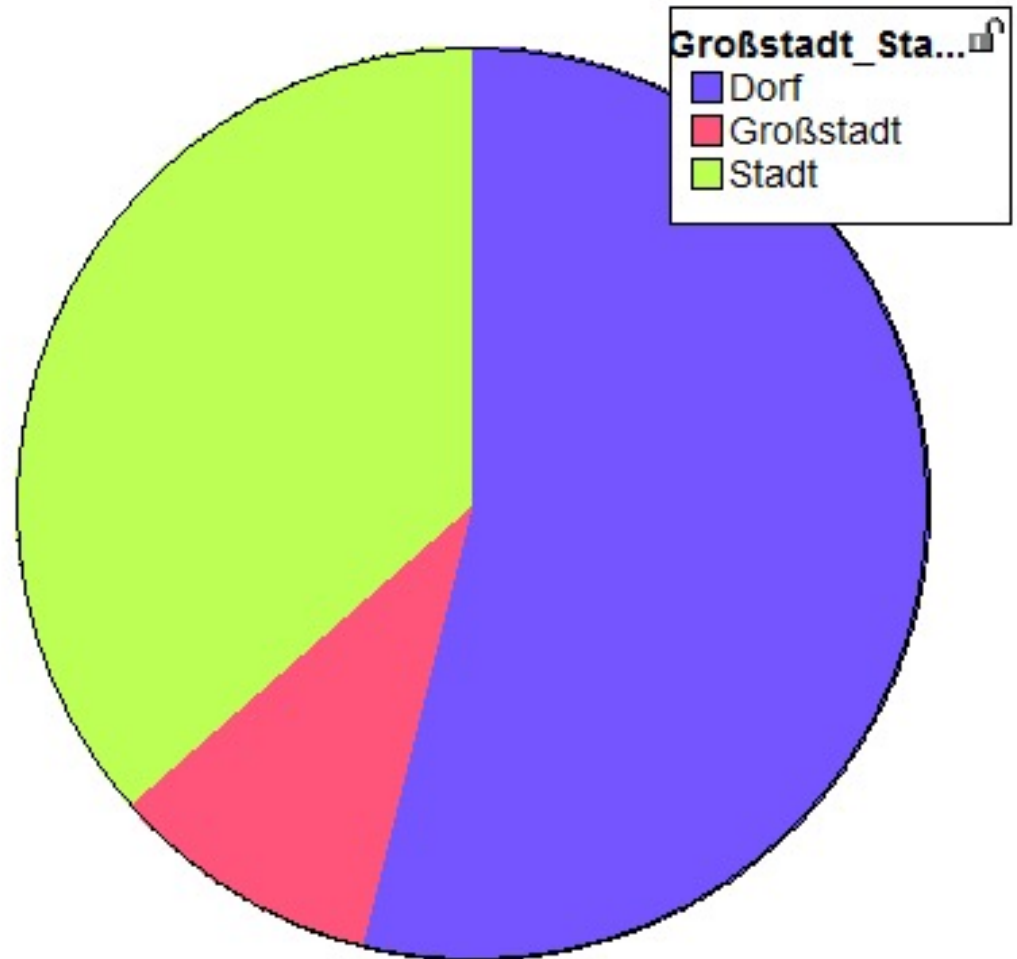
**Wie ist die Verteilung
des Merkmals
Großstadt_...? (oder:
Wie viele
Grundschüler gehen
auf eine Grundschule
in der
Großstadt/Stadt/Dorf
...?**



Verteilungen eines kategorialen Merkmals

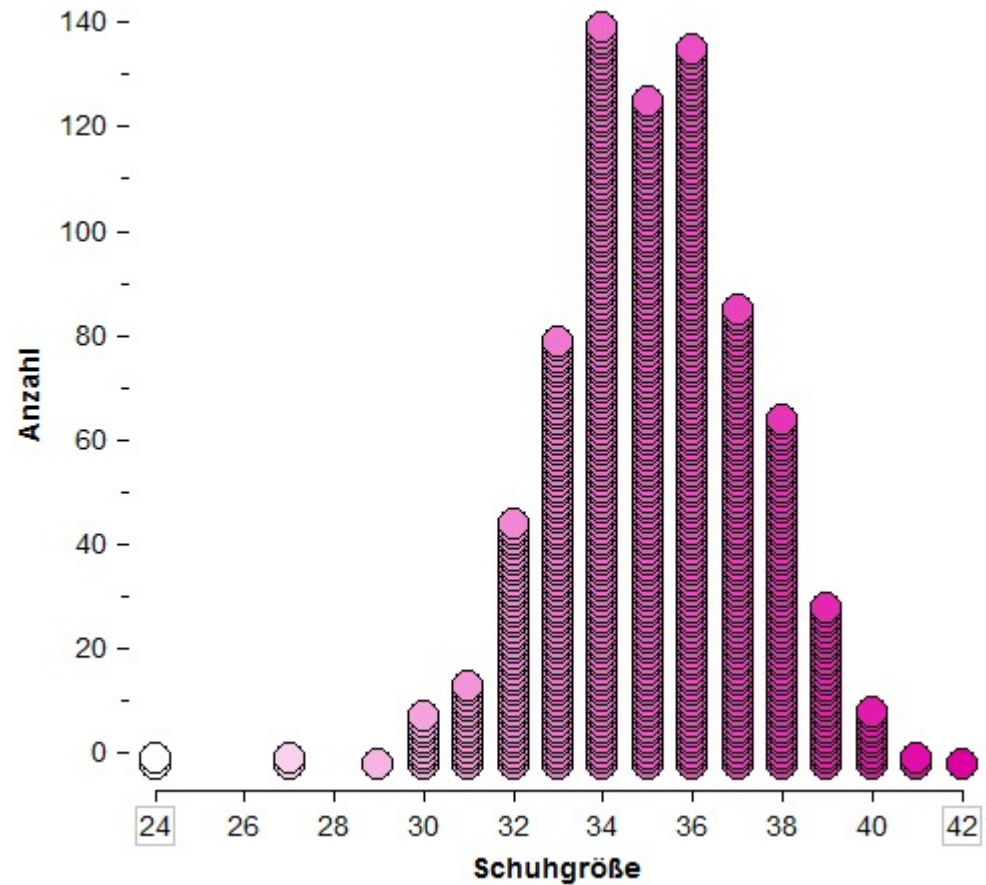
**Verteilung eines
kategorialen
Merkmals**

**Wie ist die Verteilung
des Merkmals
Großstadt_...? (oder:
Wie viele
Grundschüler gehen
auf eine Grundschule
in der
Großstadt/Stadt/Dorf
...?**



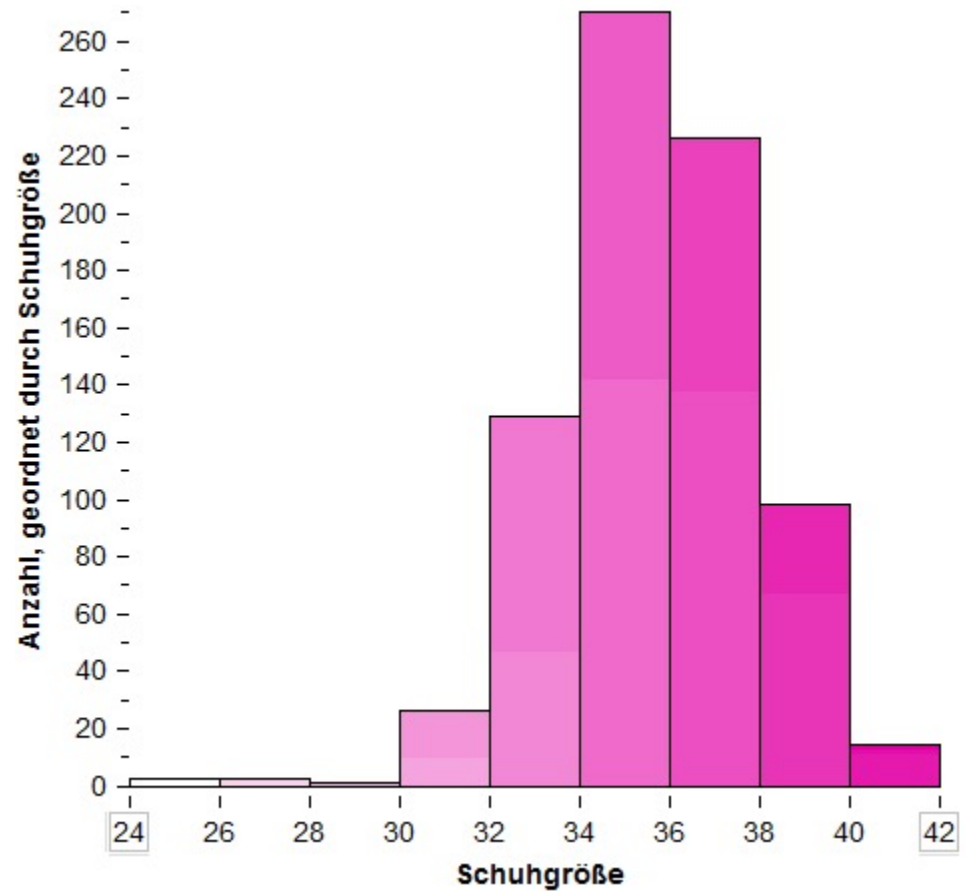
Verteilungen eines numerischen Merkmals

Wie ist die Verteilung
des Merkmals
Schuhgröße?

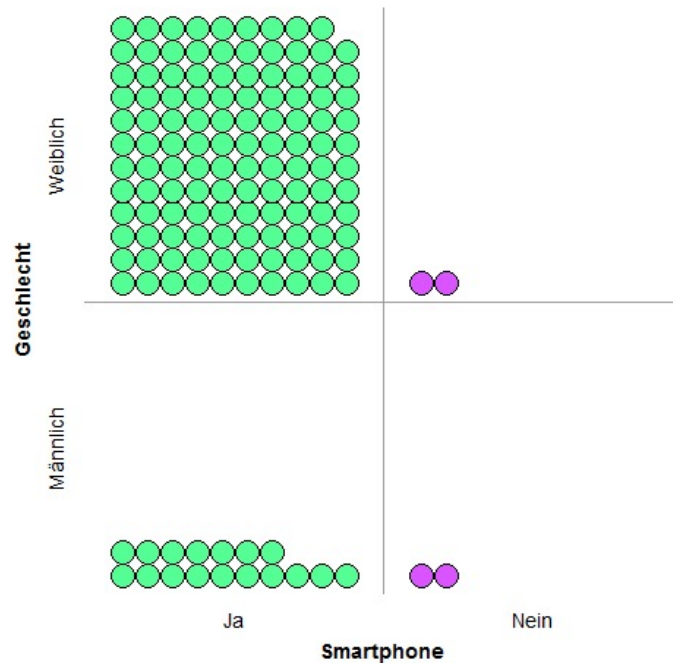


Verteilungen eines numerischen Merkmals

Wie ist die Verteilung
des Merkmals
Schuhgröße?

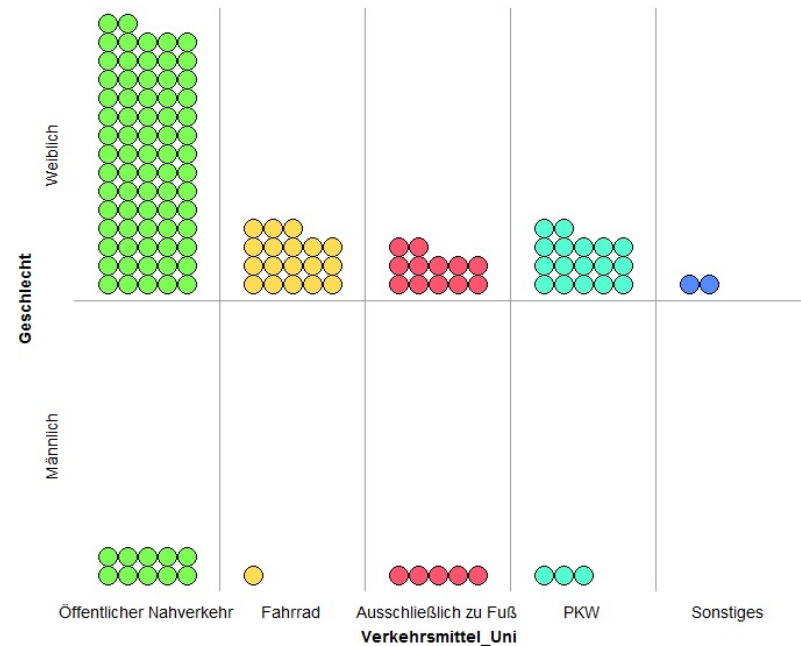


Verteilungsvergleich: kategorial vs. kategorial



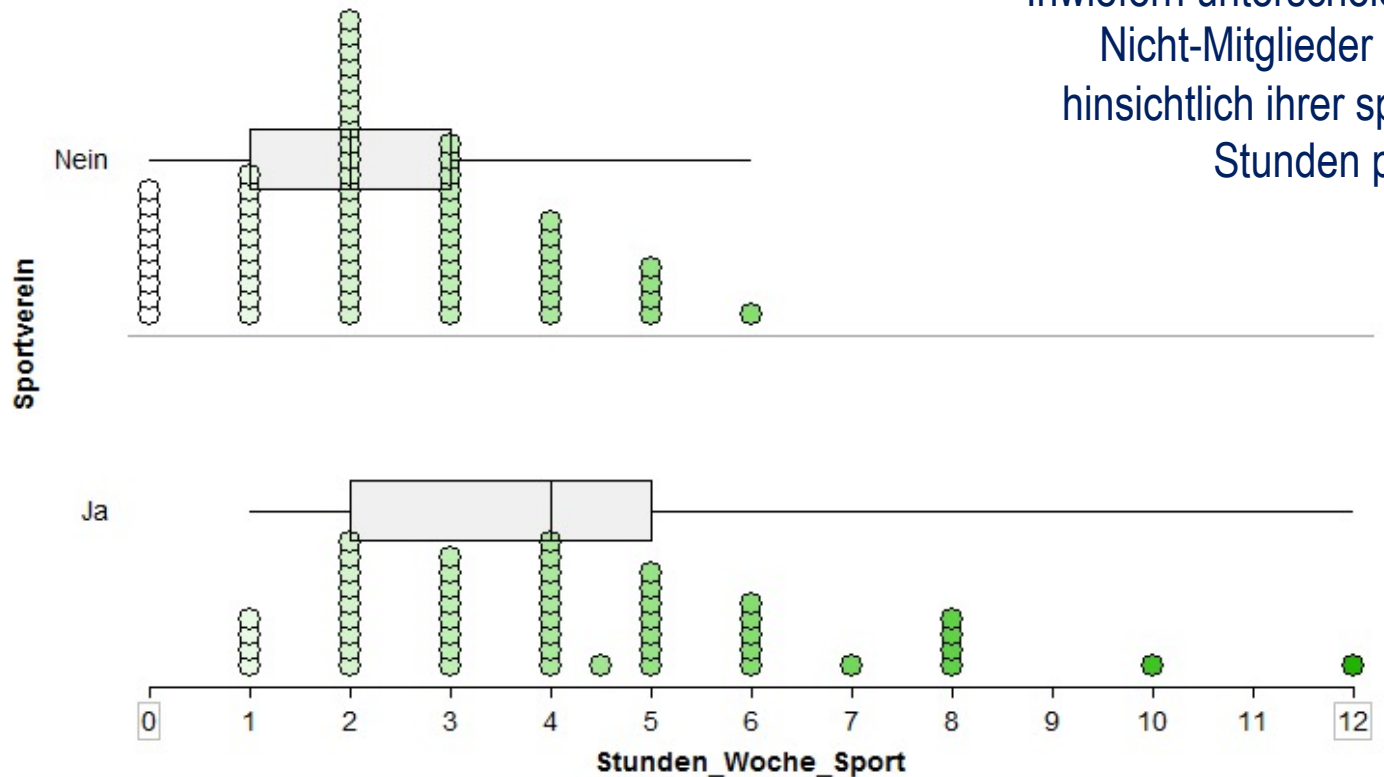
Wie unterscheiden sich Schülerinnen und Schüler hinsichtlich ihres Smartphone-Besitzes?

Wie unterscheiden sich Schülerinnen und Schüler hinsichtlich des Verkehrsmittel wie sie zur Schule kommen?



Verteilungsvergleich: numerisch vs. kategorial

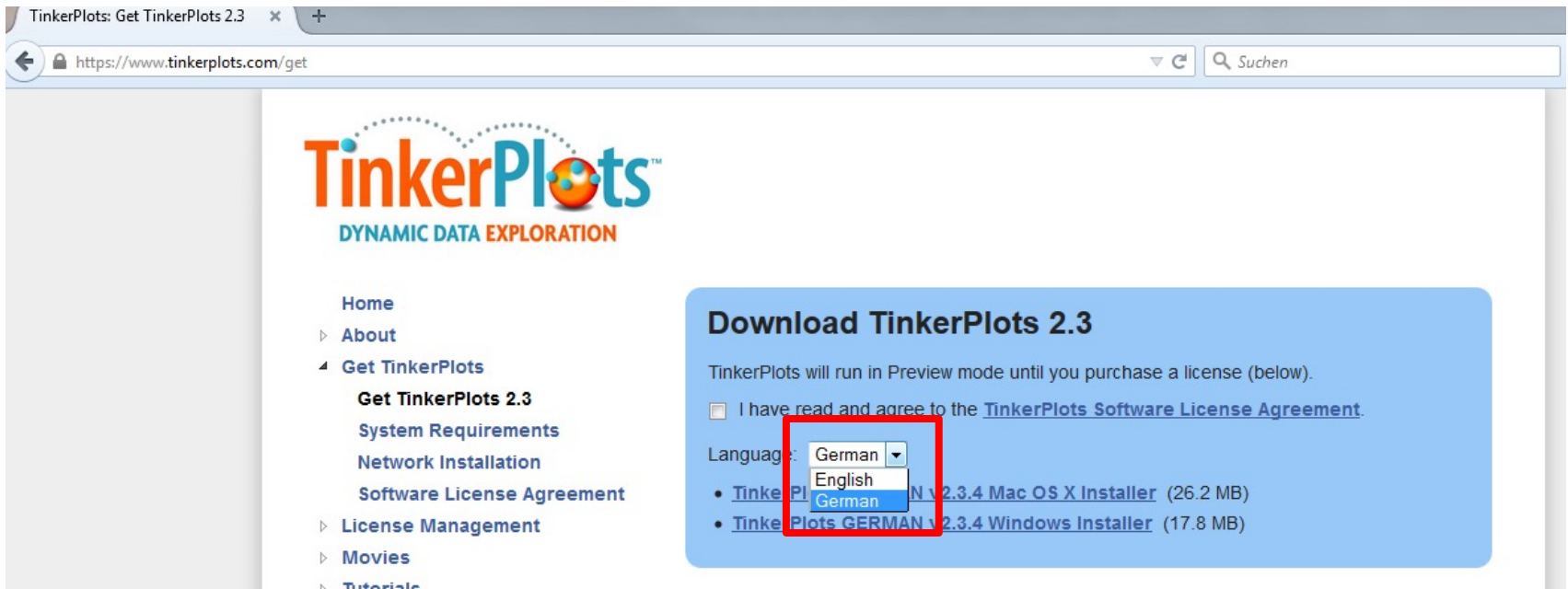
Boxplot von Stunden_Woche_Sport



Inwiefern unterscheiden sich Mitglieder und Nicht-Mitglieder eines Sportvereins hinsichtlich ihrer sportlichen Aktivität (in Stunden pro Woche)?

TinkerPlots Download

1. Download von TinkerPlots unter www.tinkerplots.com/get (Win-Version und **MAC-Version**)



2. Installation des Programms

Arbeitsphase mit TinkerPlots

Link zu den Materialien:

<https://tinyurl.com/Sinus-Feb-2022>

1. Laden Sie sich den TinkerPlots-Datensatz **Datensatz_Grundschulen_NRW.tp** im Sciebo-Ordner „Datensatz Grundschulen NRW 2017“ herunter.
2. Starten Sie das Programm TinkerPlots
3. Ziehen Sie den Datensatz per Drag & Drop von Ihrem Desktop in die Arbeitsfläche von TinkerPlots

Arbeitsphase mit CODAP

Link zu den Materialien:

<https://tinyurl.com/Sinus-Feb-2022>

Öffnen Sie

tinyurl.com/CODAP-Grundschule

in Ihrem Browser (vorzugsweise Chrome)

Einige weitere nützliche Hinweise zur Arbeitsphase mit TinkerPlots

Datenkarten Benutze Datenkarten, um deine Daten zu verwalten. Du kannst weitere Daten eintragen oder vorhandene bearbeiten.

Datentabellen Eine Datentabelle ist eine andere Darstellung der Datenkarte. Dabei repräsentiert eine Zeile einen Fall und die Merkmale werden in Spalten dargestellt. Du kannst Datentabellen benutzen, um mehr als einen Fall gleichzeitig zu betrachten. Du kannst in Datentabellen auch neue Daten eintragen und deinen Graphen verändern.

Text Benutze das Textfeld, um Daten zu erklären oder beantworte Fragen bzgl. deiner Arbeit.

Bild Du kannst ein beliebiges Bild von deinem Computer in TinkerPlots einfügen. Kopiere es, klicke auf einen freien Teil der Arbeitsfläche von TinkerPlots und wähle **Bild einfügen** aus dem TinkerPlots **Bearbeiten**-Menü.

Graph Benutze einen Graphen, um deine Daten darzustellen und zu organisieren.

Doppelklick zum Bearbeiten.

Klicke um alle Merkmale abzuwählen.

Klicke auf einen Merkmalsnamen, um die Symbole im Graphen zu färben. Ziehe das Merkmal auf die Graphen-Achse, um mit diesem Merkmal im Graphen weiterzuarbeiten.

Doppelklick um Farbe zu verändern.

Klicke um diesen Fall in deinem Graphen auszuwählen. Klicke außerhalb zum Abwählen.

Klicke um durch die Datenkarten zu blättern.

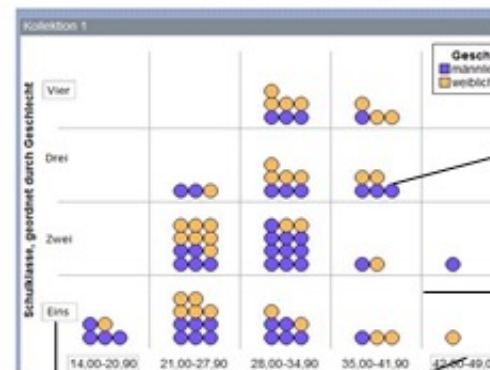
Klicke um Wert/Einheit zu verändern.

Merkmal	Wert	Einheit	Formel
Körpergewicht	36,00	kg	
Freizeit Lesen	ja		
Freizeit Lesen wie oft	an 1-2 Tagen		
Freizeit Sport	ja		
Freizeit Sport Sportart			
Freizeit Sport wie oft	an 1-2 Tagen		
Lieblingssbuch	Bauernhof		
Haustier	ja		
Haustier welches	Katze		
Musikinstrument	nein		
Musikinstrument welches			
<neues Merkmal>			

Klicke um ein neues Merkmal hinzuzufügen.

Ziehe um die Spaltenbreite zu ändern.

Doppelklick um eine Formel einzutragen oder zu bearbeiten.



Klicke um die Farbe des Graphen zu sichern.

Ziehe einen Fall nach rechts oder oben, um die Klasseneinteilung zu verfeinern. Ziehe nach links oder unten, um weniger Klassen zu erzeugen.

Ziehe nach links, um die Klassenbreite zu verkleinern. Ziehe nach rechts, um die Klassenbreite zu vergrößern.

Ziehe an der Beschriftung für eine andere Anordnung.

Doppelklick in die erste oder letzte Klassenbeschriftung, um diese zu bearbeiten.

Einige weitere nützliche Hinweise zur Arbeitsphase mit TinkerPlots

Um einen Vorgang rückgängig zu machen, wähle **Rückgängig** aus dem **Bearbeiten**-Menü.

Benutze das **Bearbeiten**-Menü, um Objekte zu kopieren oder zu löschen.

Einige Objekte haben ihre eigenen Menüs. Diese erscheinen, wenn das Objekt ausgewählt ist.

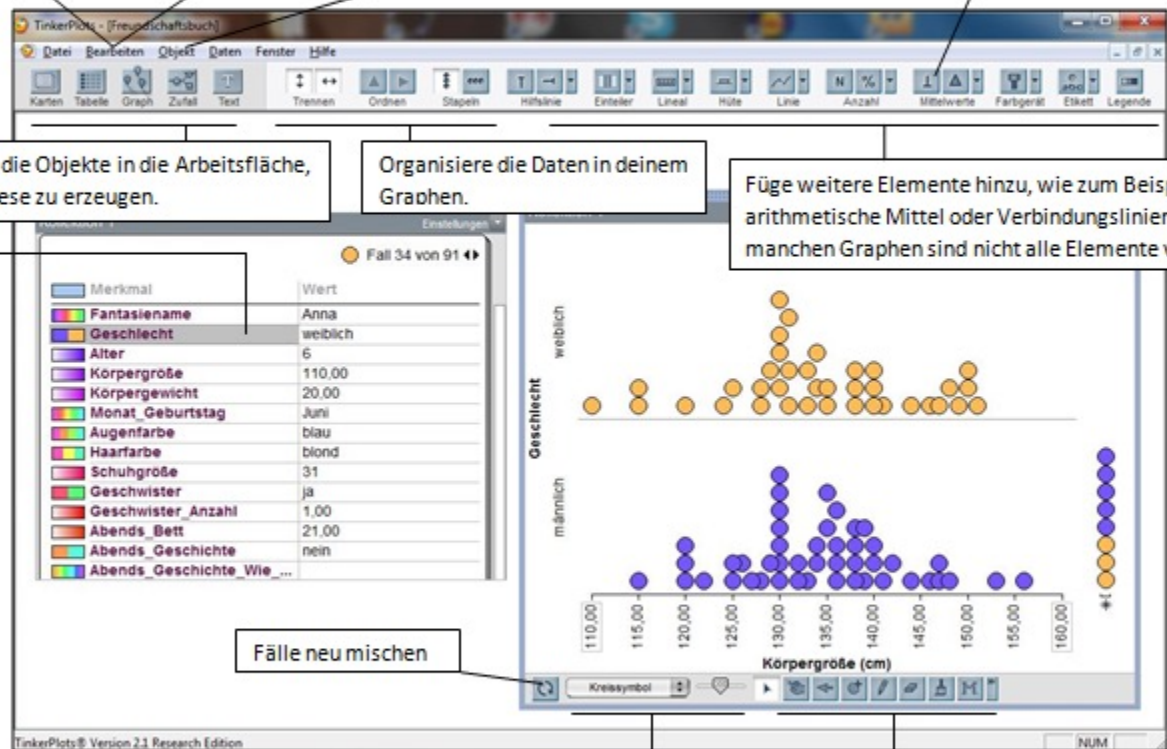
Halte den Mauszeiger über einen Schalter, um zu sehen, was dieser tut.

Ziehe die Objekte in die Arbeitsfläche, um diese zu erzeugen.

Organisiere die Daten in deinem Graphen.

Füge weitere Elemente hinzu, wie zum Beispiel das arithmetische Mittel oder Verbindungslinien. Bei manchen Graphen sind nicht alle Elemente verfügbar.

Klicke ein Merkmal an, um die Symbole in deinem Graphen einzufärben. Ziehe ein Merkmal auf eines der beiden schwarzen Rechtecke, um dieses graphisch darzustellen.



Fälle neu mischen

Symbol-Typ oder Symbol-Größe für alle Fälle verändern

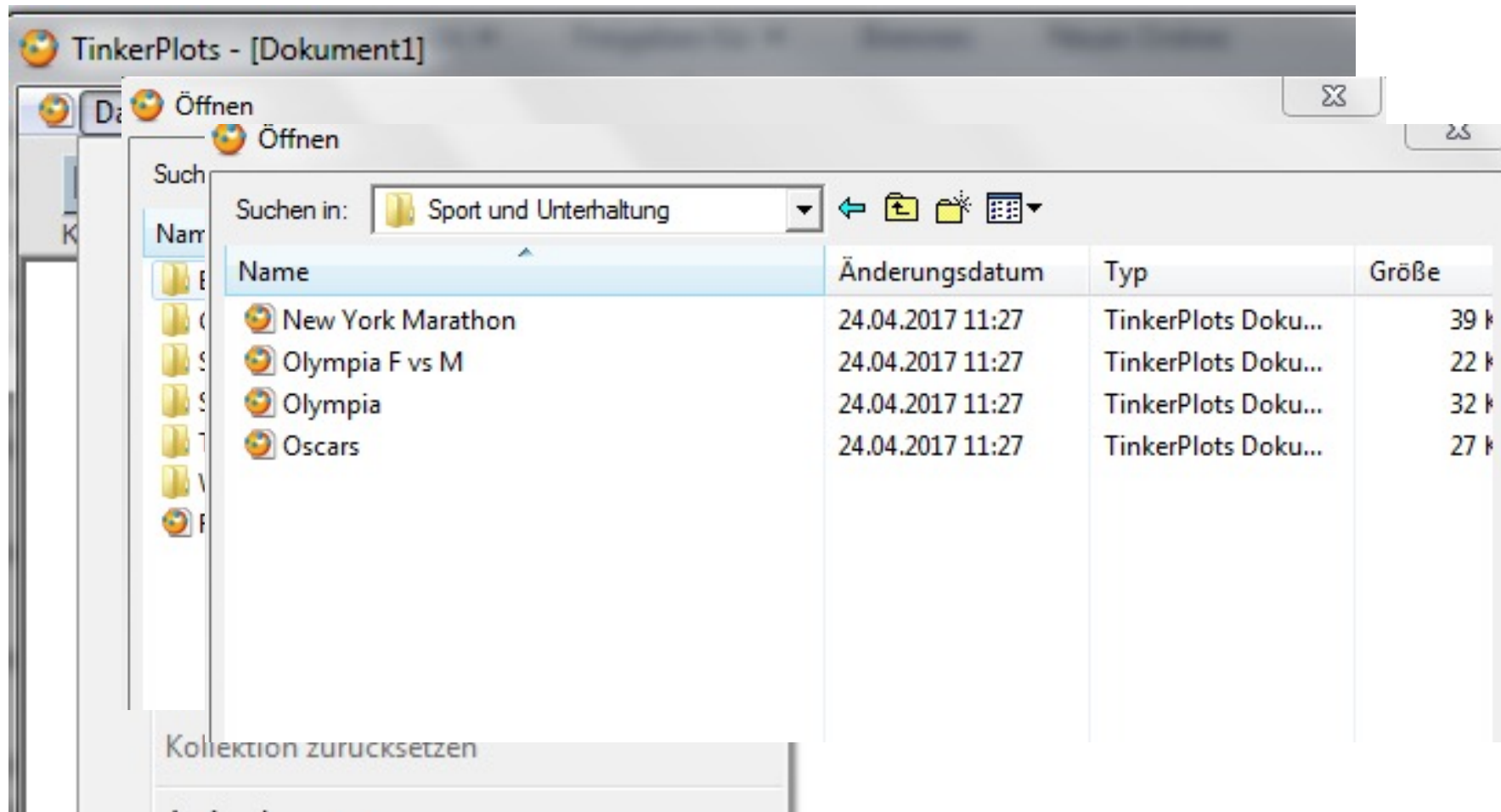
Datenwert verändern, Fall hinzufügen oder im Graphen zeichnen. Klicke erst auf das Werkzeug, dann klicke in die Fläche.

Jetzt geht's los 😊

Ihre Arbeitsaufträge (30 Minuten) – suchen Sie sich etwas aus:

- 1. Verteilung eines kategorialen Merkmals:** Wie ist die Verteilung des Merkmals Geschlecht im Datensatz Grundschulen_NRW?
- 2. Verteilung eines kategorialen Merkmals:** Wie ist die Verteilung des Merkmals Wie_zur_Schule im Datensatz Grundschulen_NRW?
- 3. Untersuchung des Zusammenhangs zwischen zwei kategorialen Merkmalen:** Inwiefern unterscheiden sich die Kinder, die auf dem Dorf, in der Stadt oder in der Großstadt wohnen, hinsichtlich der Art wie sie zur Schule kommen?
- 4. Verteilung eines numerischen Merkmals:** Wie ist die Verteilung des Merkmals „Anzahl_Spiele_auf_Smartphone/Tablet“ im Datensatz Grundschulen_NRW?
- 5. Untersuchung des Zusammenhangs zwischen einem kategorialen und einem numerischen Merkmal:** Inwiefern unterscheiden sich die Dritt- und die Viertklässler hinsichtlich der Anzahl ihrer Spiele auf dem Smartphone/Tablet?
- 6. ... (Suchen Sie sich selbst eine eigene Fragestellung aus)**

Andere Beispiel-Datensätze...



Rucksäcke, Achterbahnen, etc.

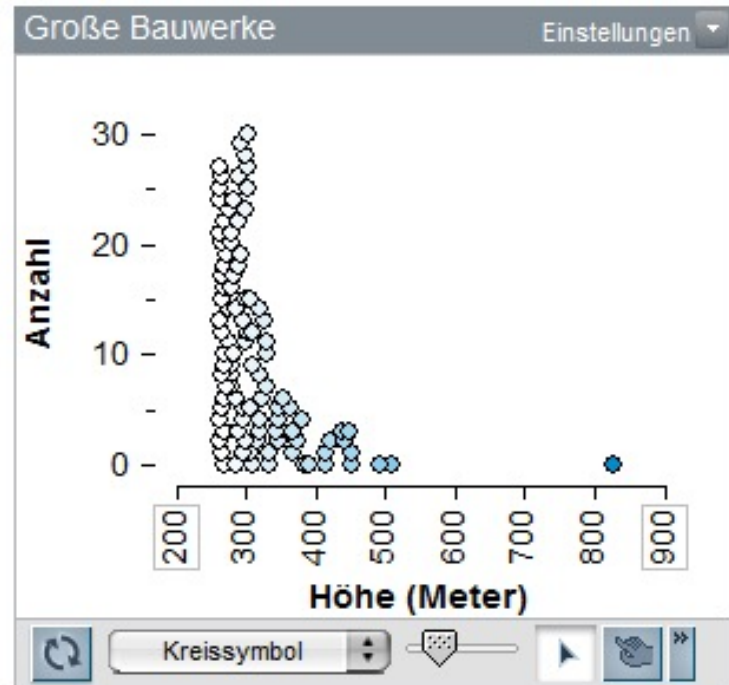
25-75 Perzentil-Hut von Gewicht_Rucksack

Material

Stahl



Holz



140

nfarbe
in
J
J
J

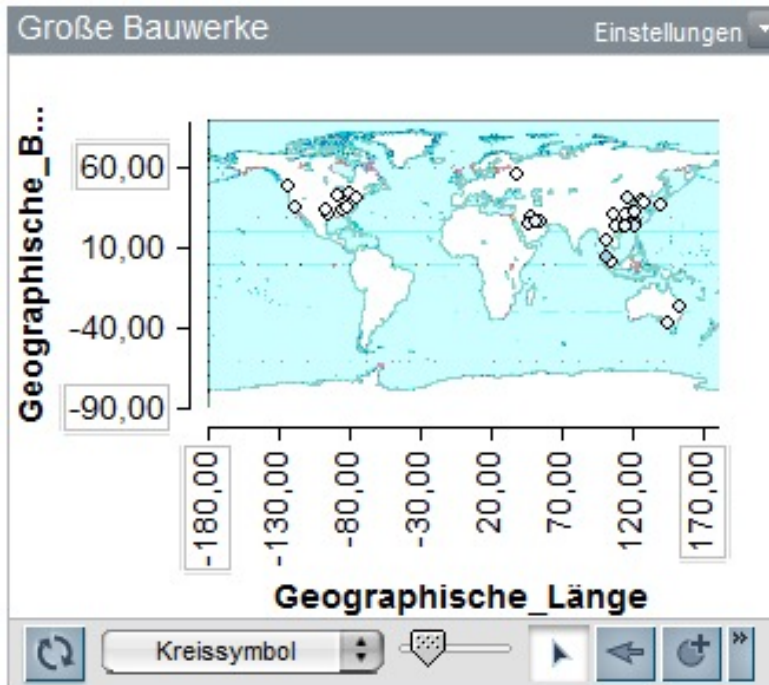
Klassenstufe

Sieben

Fünf

Drei

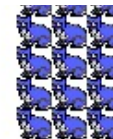
Eins



12
6
0



grün



gelb



blau



braun



grau

Augenfarbe

Exkurs zur Datenanalyse mit TinkerPlots

Wo kann TinkerPlots noch unterstützen?

Wo kann TinkerPlots unterstützen? u.a.

- Übertragen der Datenoperationen (Trennen, ...) auf größere Datensätze und erstellen von konventionellen Diagrammen in größeren Datensätzen (u.a. Konold 2006) → Analyse größerer Datensätze
 - Multivariate Datenanalyse durch Einfärbung nach Merkmalsausprägungen
- Erstellen von Kreisdiagrammen
 - Hinführung zum gestapelten Punktdiagramm (u.a. Cobb 1999, Bakker 2004) → Verteilung eines numerischen Merkmals
 - Verteilungsvergleiche mit modalen Klumpen (Konold et al. 2002, Bakker 2004) und Hüte (Watson et al. 2008)

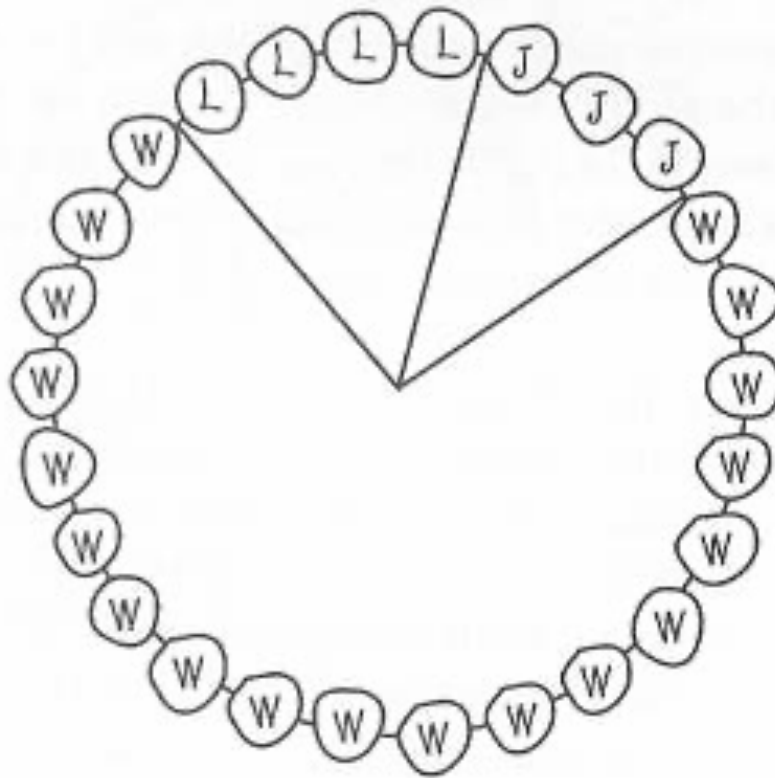
Kreisdiagramme

Frage:

Welche Möglichkeiten gibt es in der Grundschule, Anteile darzustellen, auch wenn die Kinder weder Brüche noch Prozente kennen?

Wie kann ich Kreisdiagramme erstellen?
Mit-/ und ohne Softwareunterstützung?

Menschliches Kreisdiagramm...



...welches die Anzahl /
den Anteil der Schüler aus
26 zeigt, die einen
bestimmten Schauspieler
favorisieren

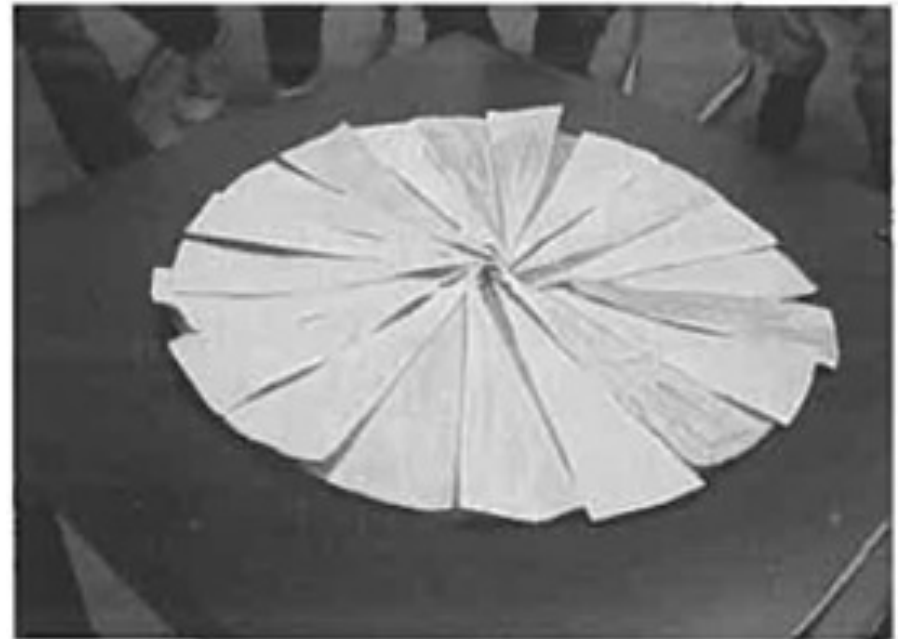
L: Leonardo DiCaprio
J: Jennifer Lopez
W: Will Smith

(Darstellung aus: Curcio, 2001, S. 53)

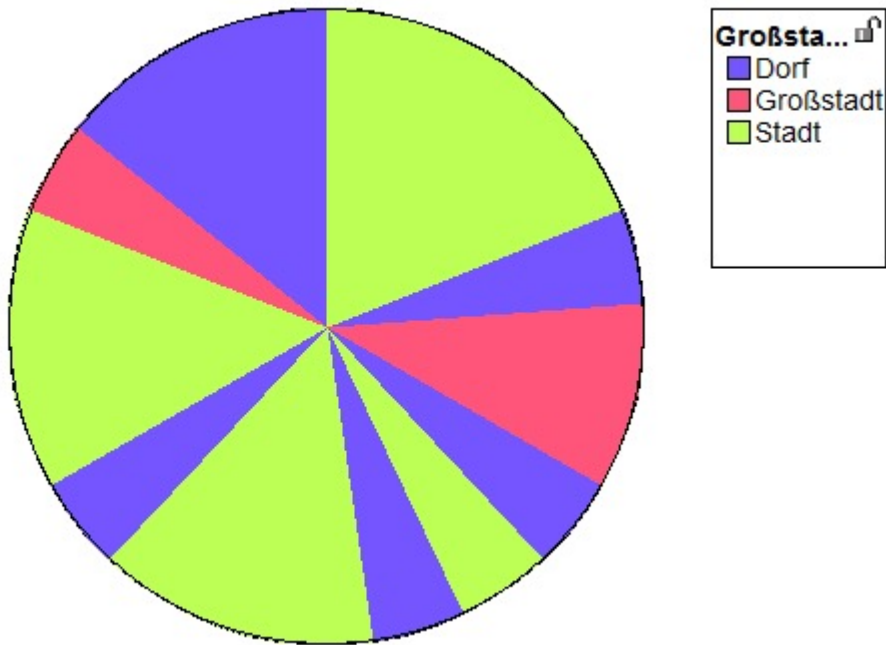
Kreisdiagramm aus einzelnen Segmenten



Neubert (2012, S. 52)



Kreisdiagramm mit TinkerPlots



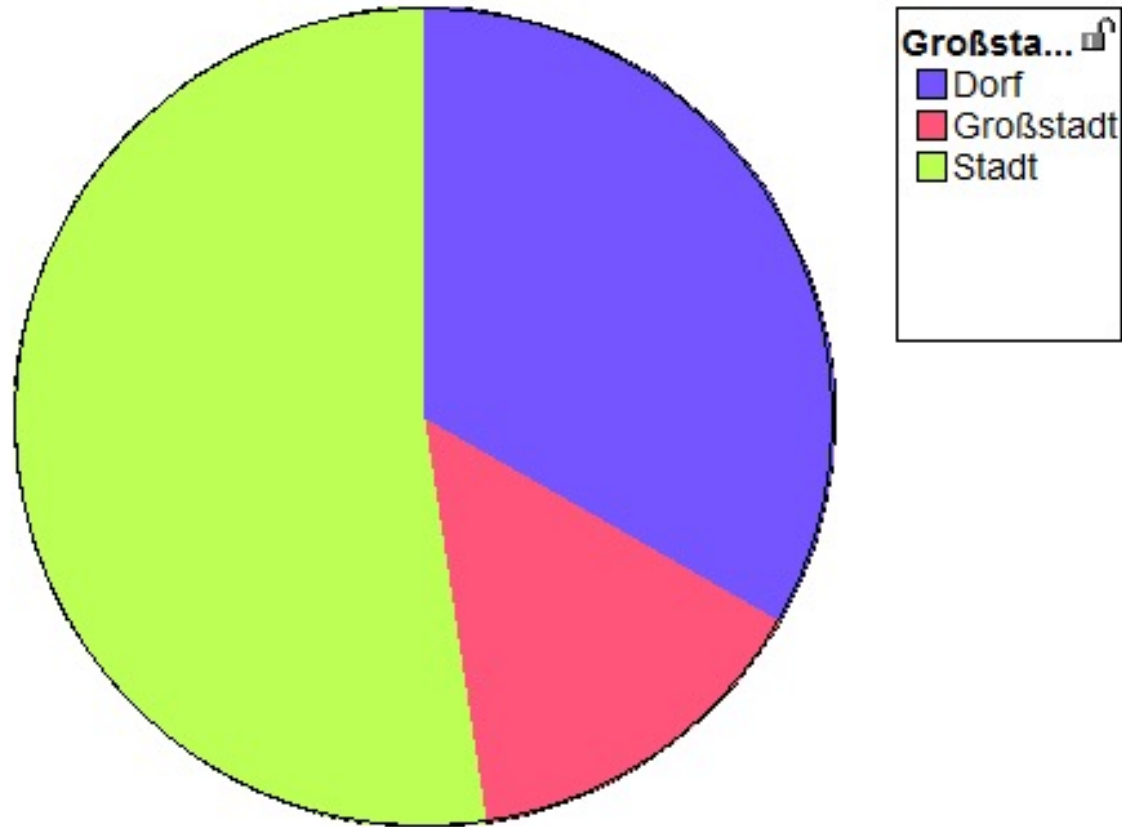
TinkerPlots wählt für jeden Schüler ein passend großes „Tortenstück“

n=21 (Stichprobe aus
Grundschule NRW 2017
Daten)

1/21 des Vollkreises, aber man
muss keine Winkel messen
können

Kreisdiagramm (geordnet) mit TinkerPlots

**Ordnen
hilft!**

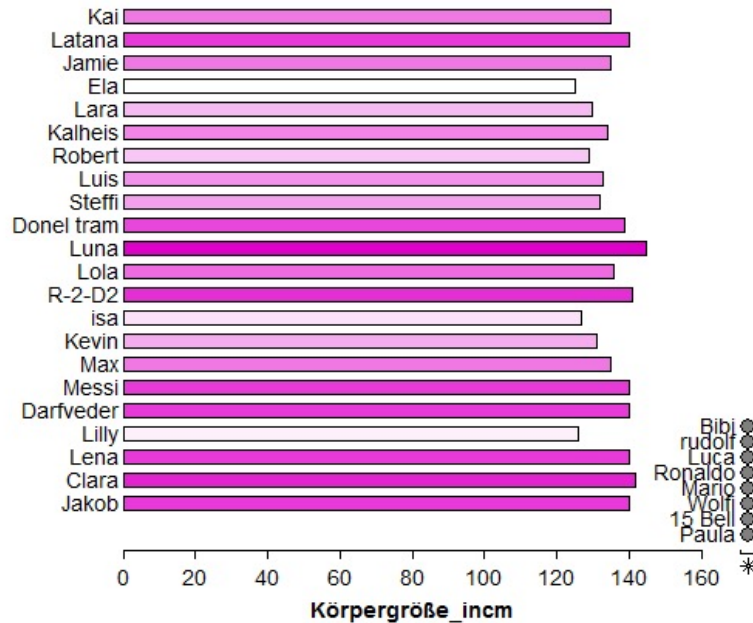


Hinführung zu eindimensionalen Streudiagrammen

Wie kann ich die Verteilung eines numerischen
Merkmals (z.B. Körpergröße) darstellen?

Vom (Werte-) Balkendiagramm zum gestapelten Punktediagramm

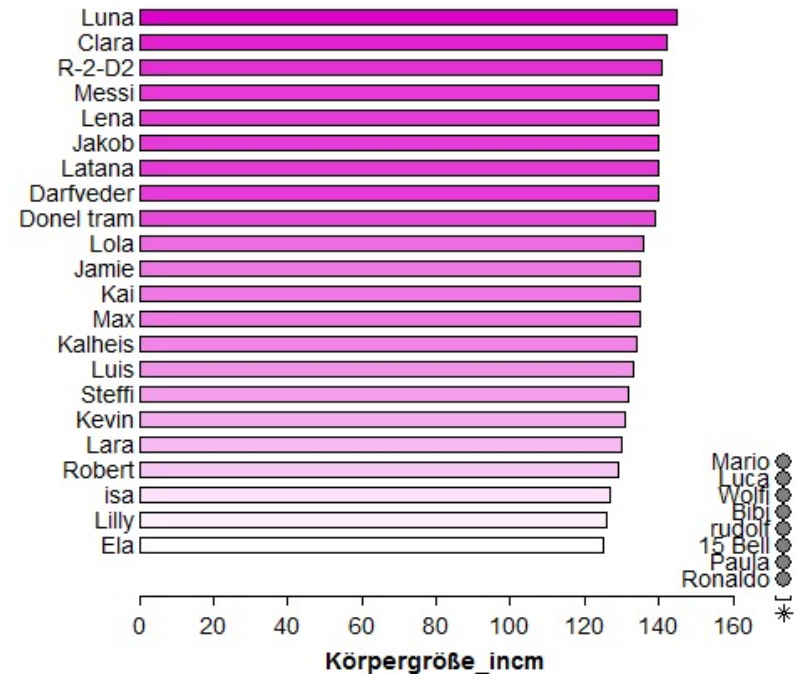
Schritt 2: Wertebalken geordnet



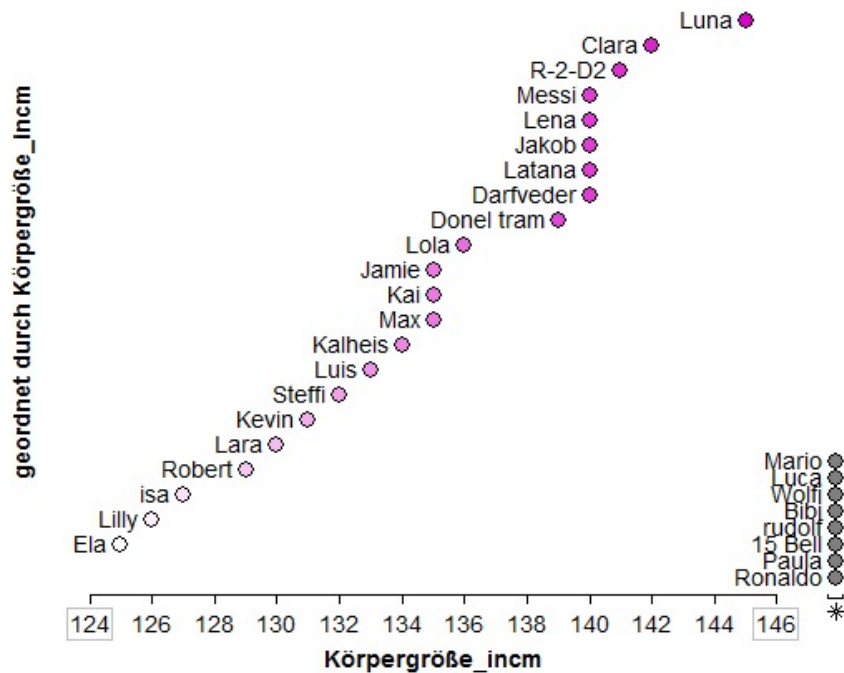
Schritt 1: Wertebalken ungeordnet

Siehe Cobb (1999), Bakker
(2004)

geordnet durch Körpergröße_incm

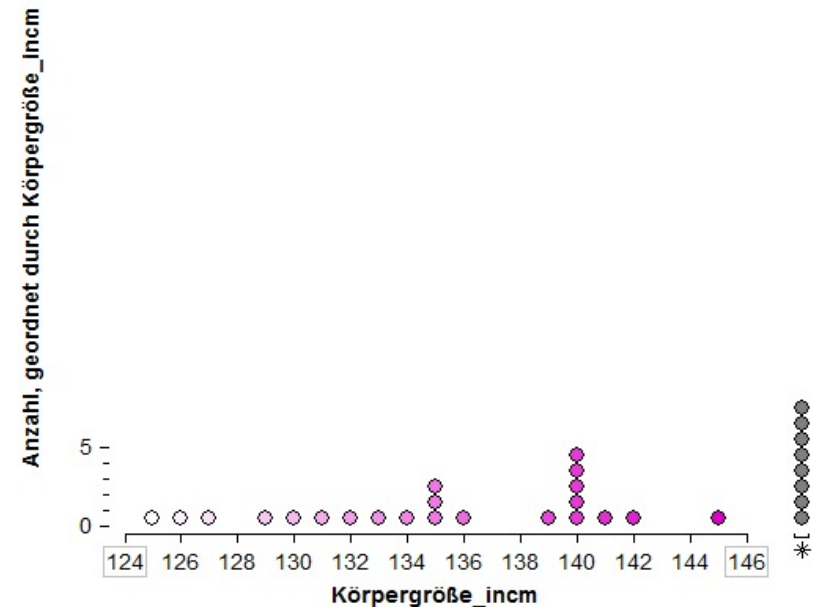


Vom (Werte-) Balkendiagramm zum gestapelten Punktediagramm

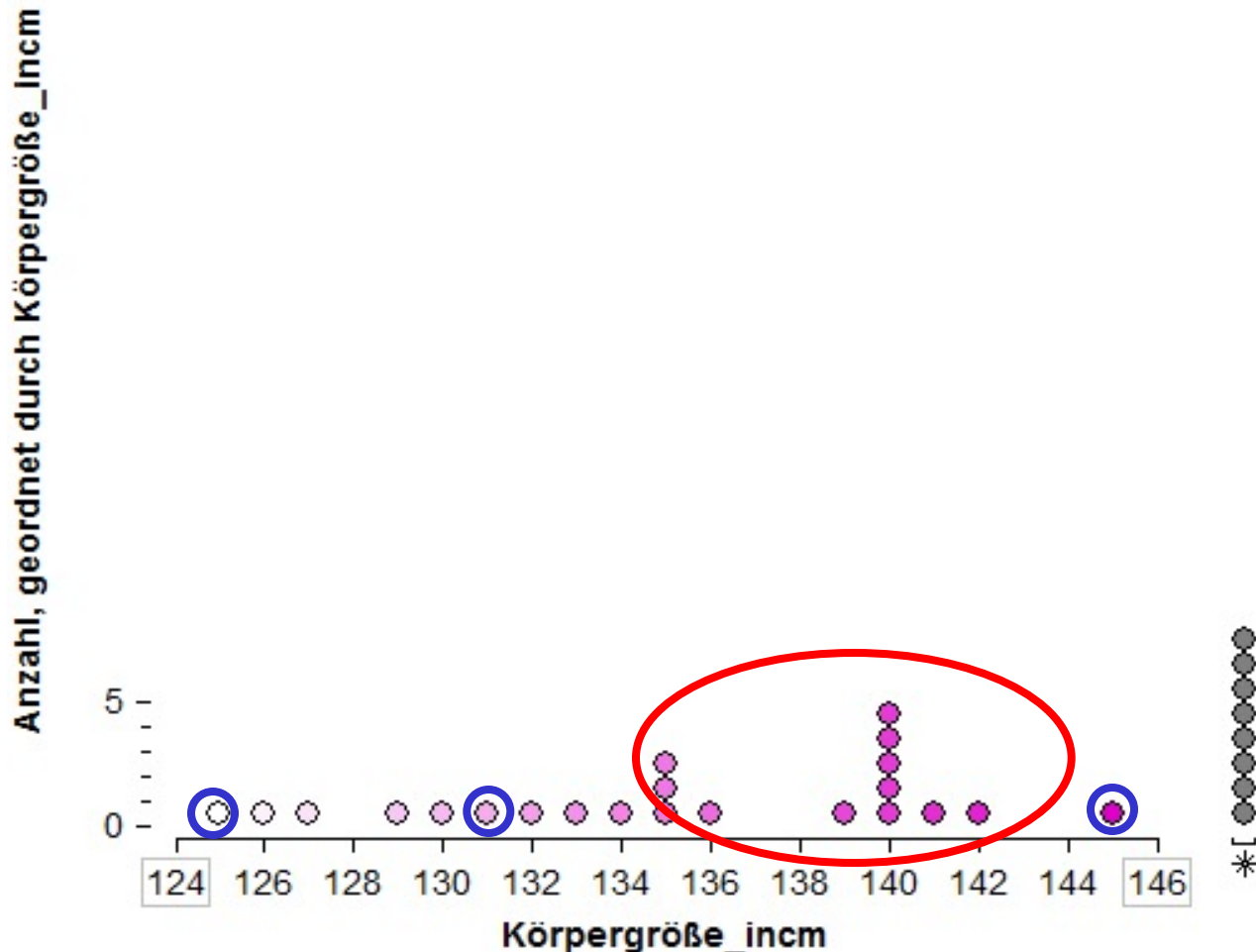


Schritt 3: Wertebalken
durch Punkte ersetzen

Schritt 4: Punkte stapeln

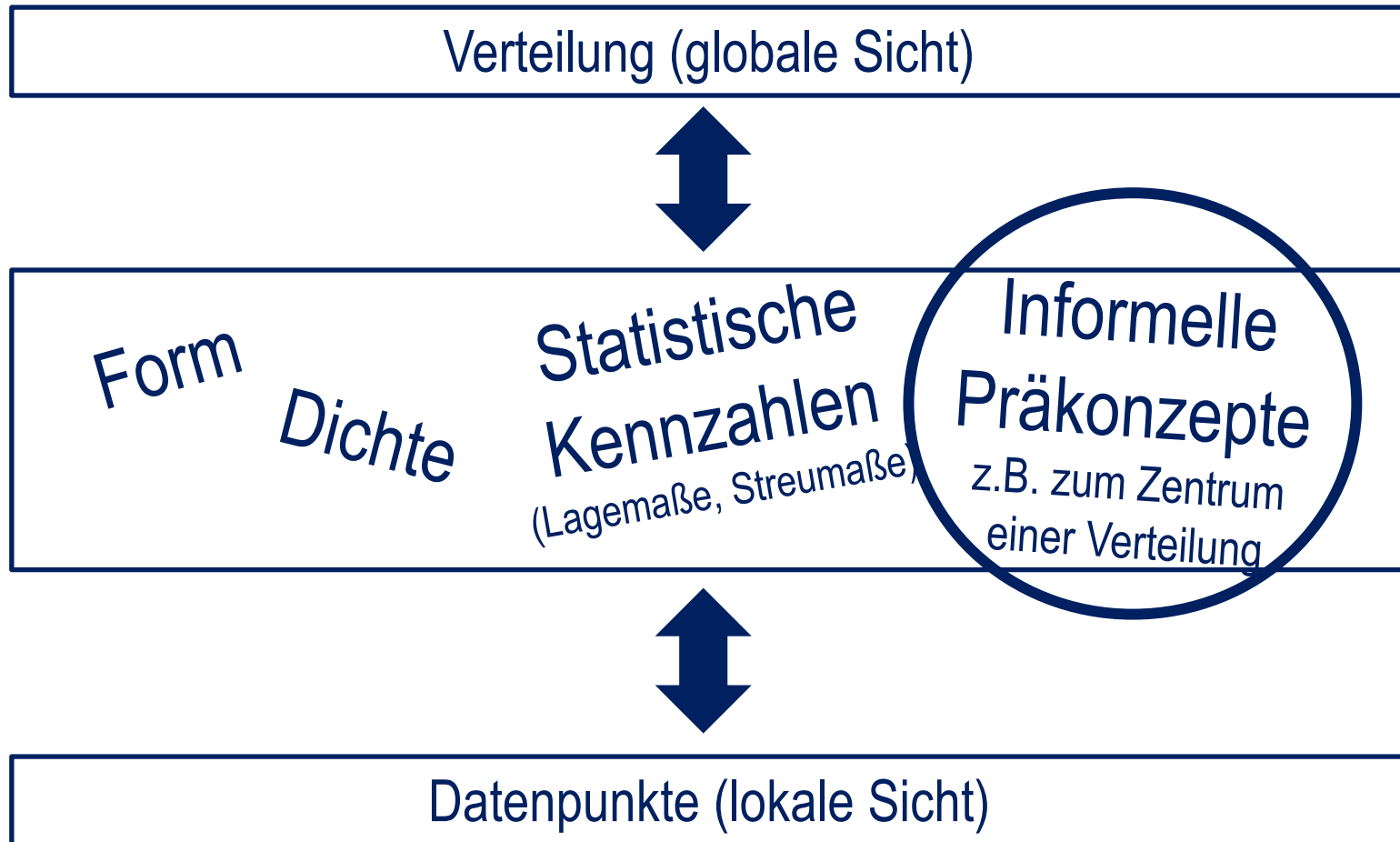


Lokale Sicht vs. globale Sicht auf Verteilungen (vgl. Bakker & Gravemeijer, 2004)



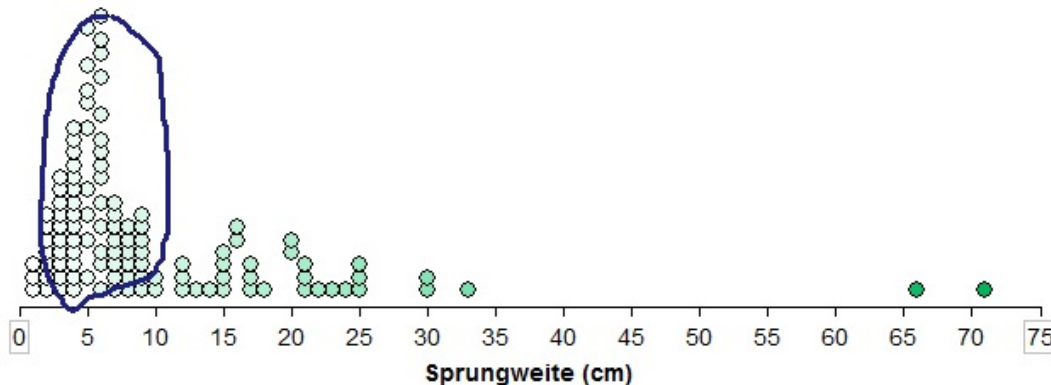
→ Welche Möglichkeiten bietet TinkerPlots, um Lernende zu einer globalen Perspektive zu führen?

Lokale Sicht vs. globale Sicht auf Verteilungen



(in Anlehnung an Bakker & Gravemeijer, 2004)

Modale Klumpen (modal clumps)



“Hauptbereich” der Daten

Modale Klumpen greifen die Vorstellungen zum Zentrum und Streuung von Grundschülerinnen und Grundschülern auf (Konold et al., 2002, p. 1)

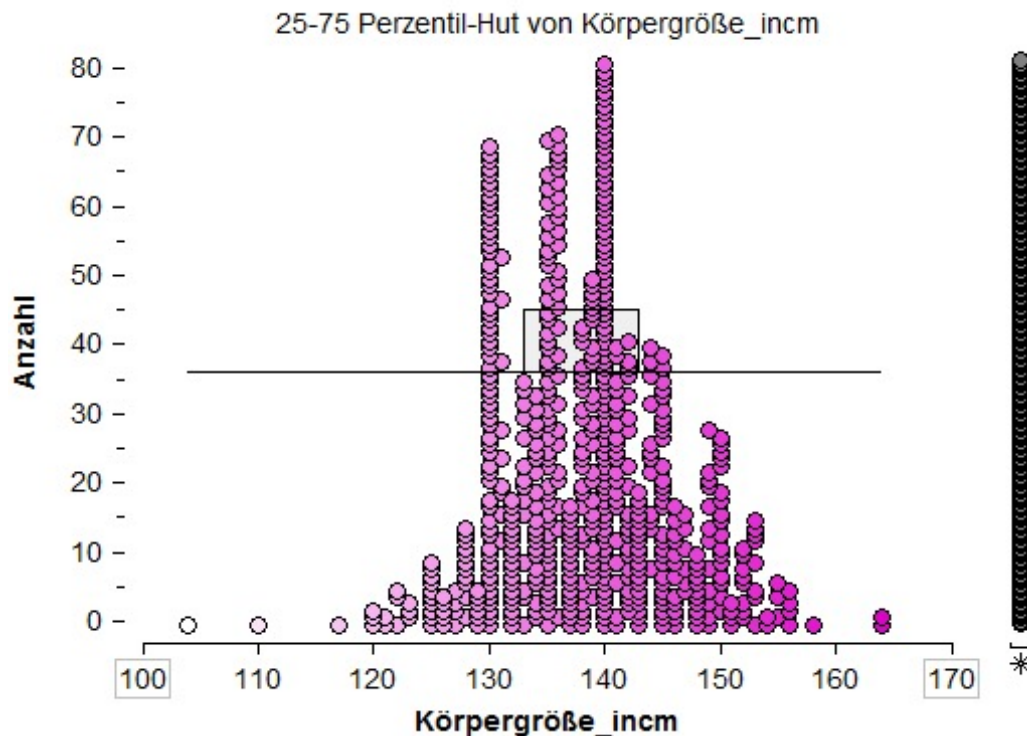
“these clumps appear to allow students to express simultaneously what is average and how variable the data are”

“modal clumps may provide useful beginning points for explorations of more formal statistical ideas of center” (Konold et al., 2002, p. 1).

Konold, C., Robinson, A., Khalil, K., Pollatsek, A., Well, A., Wing, R., & Mayr, S. (2002). *Students' use of modal clumps to summarize data*. Paper presented at the Sixth International Conference on Teaching Statistics, Cape Town, South Africa.

Ein Hut für die Daten

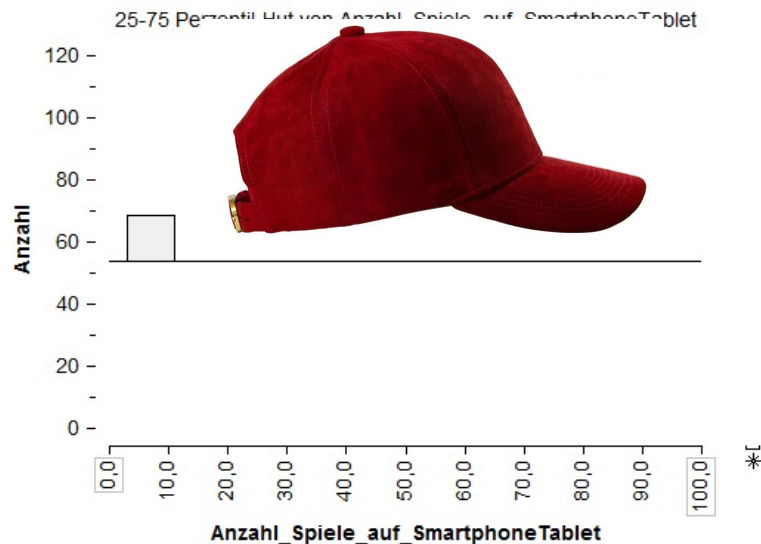
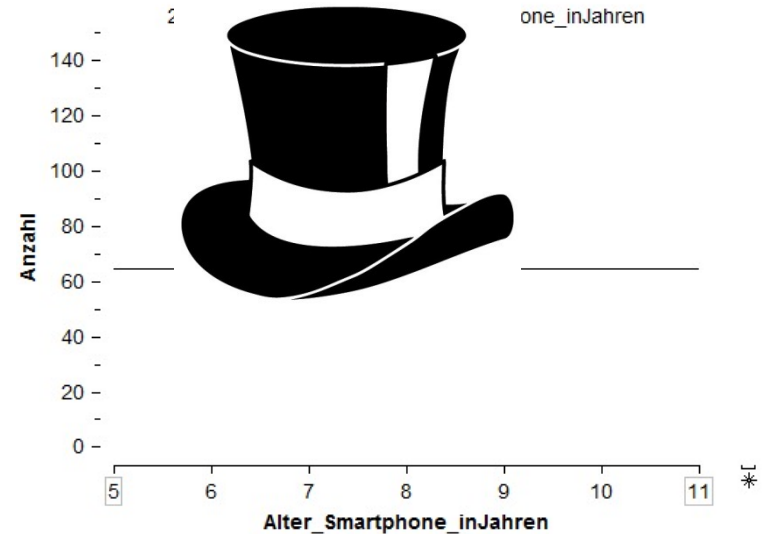
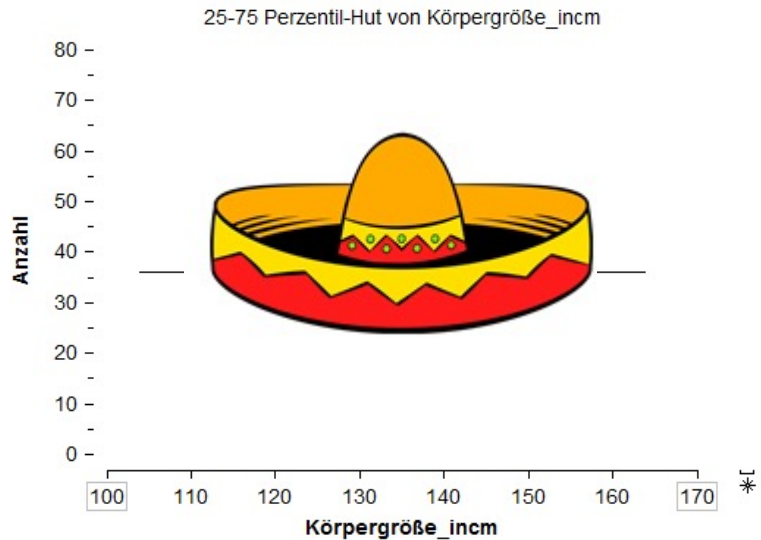
Hutplot macht die mittlere Hälfte einer Verteilung sichtbar



- Teilt den Datensatz in drei (nicht gleiche!) Teile auf: **Viertel / Hälfte / Viertel**
- Gibt ein „Maß“ für die **mittlere Hälfte** einer Verteilung eines numerischen Merkmals an
- Metapher: Krempe & Krone des Hutes

Watson, J., Fitzallen, N., Wilson, K., & Creed, J. (2008). The Representational Value of HATS. *Mathematics Teaching in Middle School*, 14(1), 4-10.

Hutmetaphern zum Beschreiben der Hüte (und der Verteilungen)



Verteilungsvergleiche

Wie unterscheiden sich Dritt- und Viertklässler
hinsichtlich...?

Vergleichen von Verteilungen eines numerischen Merkmals

- **Was sind überhaupt Verteilungsvergleiche?**

„Sind Jungen größer als Mädchen?“ oder „Inwiefern unterscheiden sich Jungen und Mädchen hinsichtlich ihres Fernsehkonsums (z.B. in Stunden pro Woche)?“

- **Warum Verteilungsvergleiche?**

- Ermöglichen interessante, motivierende Fragestellungen
- Komplexe Aktivität, die im Rahmen von Projekten unumgänglich sind

- **Anhand welcher Konzepte kann man vergleichen?**

- Zentrum (z.B. Median), Streuung, Form, Verschiebung, etc.

- **Welche Konzepte können in der Primarstufe aufgegriffen werden?**

- **modale Klumpen** als Vorstufe zum Zentrum
- **Hutplots** für die Daten als Formalisierung der modalen Klumpen

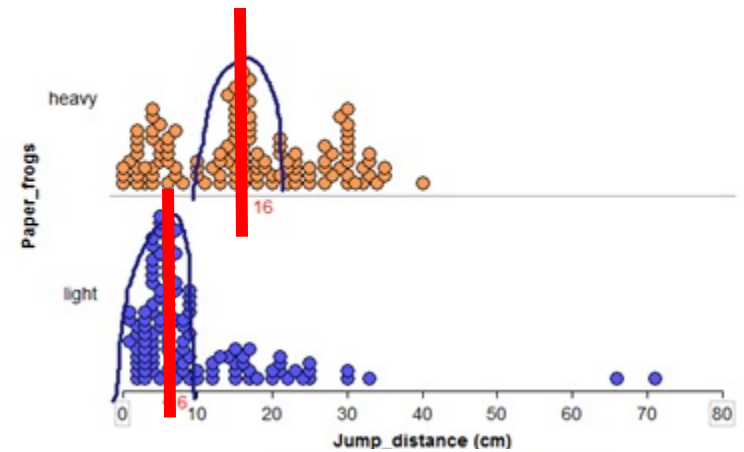
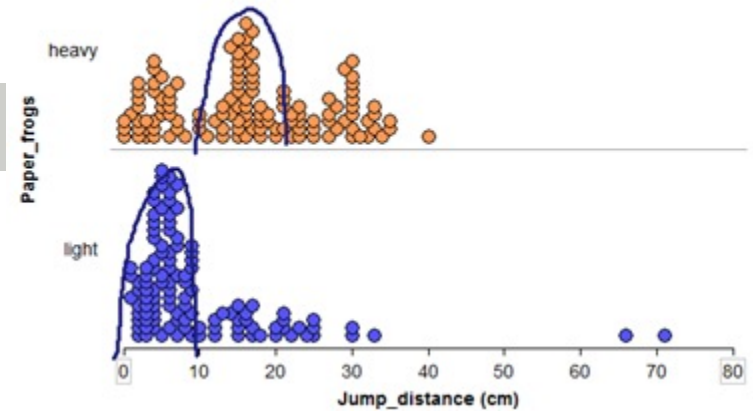
Schritte zum Vergleich

Identifiziere modale Klumpen (ungefähr den mittleren Hauptbereich der Verteilung)

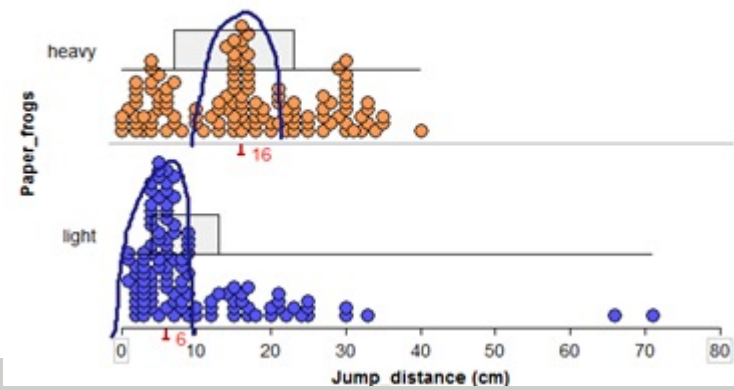
Finde in den modalen Klumpen den Median

Lege Hüte über die modalen Klumpen

Siehe z.B. Konold et al, 2002; Bakker, 2004; Frischemeier, 2019



25-75 Perzentil-Hut von Jump_distance (cm)



Lesen und Interpretieren der Modalen Klumpen, Hüte, etc.

Wortspeicher

WORTSPEICHER

Hügel

- **Beschreiben:** Der Hügel der Jungen/Mädchen liegt im Bereich ...
- **Vergleichen:** Der Hügel der Jungen/Mädchen liegt viel weiter links/weiter links/auf gleicher Höhe/weita rechts/viel weiter rechts als der Hügel der Jungen/Mädchen.

Median

- **Beschreiben:** Der Median der Jungen/Mädchen liegt bei ...
- **Vergleichen:** Der Median der Jungen/Mädchen liegt viel weiter links/weiter links/weiter rechts/viel weiter rechts als bei den Jungen/Mädchen.

Die Jungen/Mädchen waren im Median älter/jünger/kleiner/größer/... als die Jungen/Mädchen.

oder: Die Jungen/Mädchen haben im Median ...

Einschleifübungen

Der „Hut“

Der Hut zeigt mir, wo die „mittlere Hälfte“ der Daten liegt. Der Hut besteht aus einer

Krone und einer Krempe. Die mittlere Hälfte der Daten

liegt unter der Krone. Die Krempe geht vom kleinsten bis

zum größten Wert. Zum Vergleichen beschreibe ich die Lage der Krone

und der Krempe.

Diese Wörter sind eine Hilfe für das Ausfüllen des Lückentextes. Vorsicht, einige Wörter benötigt ihr gar nicht, andere Wörter benötigt ihr häufiger.

Krone	Breite	Zentralwert
Zeichenstift		
Wert anzeigen	Krempe	Kategoriemerkmal
Zahlmerkmal	Lage	Pinsel

<https://pikas.dzlm.de/node/1117>

Lesen und Interpretieren der Modalen Klumpen, Hüte, etc.

Ganzheitliche Übungen

Unser Plan, um Verteilungen mit TinkerPlots zu vergleichen

1. Notiert zunächst eure Fragestellung, die ihr untersucht:



2. Nutzt TinkerPlots, um eine möglichst aussagekräftige Graphik zum Verteilungsvergleich zu erstellen.

Fügt diese Graphik an dieser Stelle mit einem Bildschirmfoto ein

3. Nun vergleichen wir die Verteilungen.

Wir haben gelernt, dass wir zwei Verteilungen anhand von modalen Klumpen, anhand von Medianen und anhand von Hüten vergleichen können.

3.1 Zunächst vergleichen wir die Verteilungen anhand der modalen Klumpen.

- Markiert in TinkerPlots mit dem Stift die modalen Klumpen der beiden Verteilungen

Fügt eure Graphik an dieser Stelle mit einem Bildschirmfoto ein

- Beschreibt die modalen Klumpen und vergleicht die Lage der modalen Klumpen

- Welche Schlüsse für die Beantwortung eurer Fragestellung könnt ihr anhand des Vergleichs der modalen Klumpen ziehen?

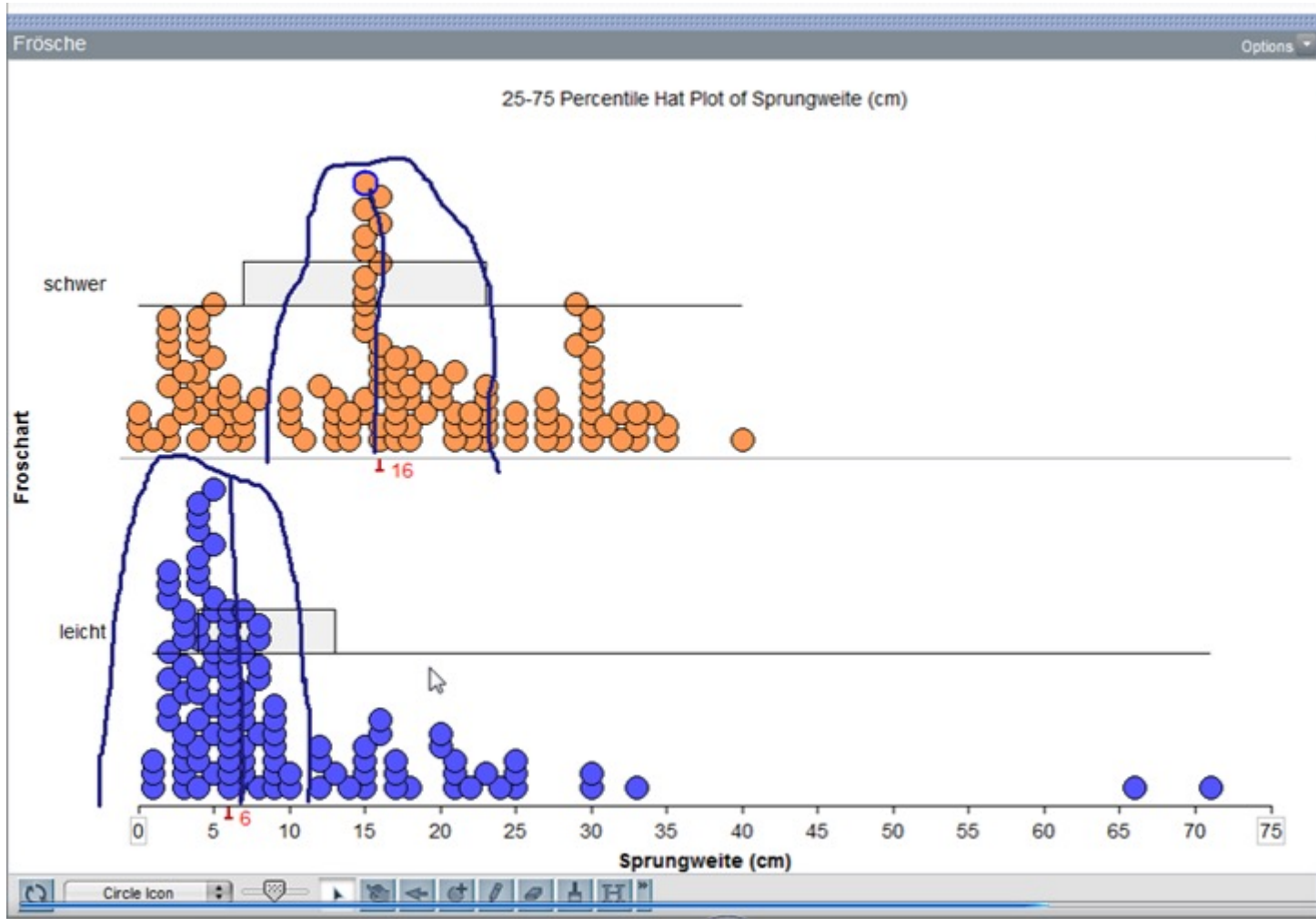
Eigenproduktionen

Die Kinder aus der vierten Klasse der Almeschule Wever haben bewiesen das die Technik von heute selbst kleine Kinder mitreist. Es gibt auch Kinder die mit der modernen Technik nicht viel zu tun haben. Manche Mädchen sind gar nicht am Tablet oder Handy. Bei den Mädchen ist der größte Wert 2h. 10min ist bei den Jungs 10min der kleinste Wert der größte 7h. Durchschnittlich spielt jedes Mädchen 45min jeder Junge spielt 60min. Der Hut spiegelt mehrere Wertef wieder. Einmal die Spanne der Werte, vom kleinsten bis zum größten unter der Krempe des Huts. Bei den Mädchen beträgt die Spanne 0-120 min, bei den Jungen 0-120 min. Der Hügel von den Mädchen geht von 30 min - 60 min bei den Jungs genauso. Es hat sich bewiesen das die Jungs mehr am Handy oder Tablet hängen.

am Handy oder Tablet hängen.

Lorik, Olaf, Johanna, Olivia

Luis & Max vergleichen Sprungweiten von Papierfröschen



[Video](#)

Teil 3

Kurzer Einblick in Unterrichtsprojekte zur Datenanalyse
unter Verwendung digitaler Werkzeuge in Klasse 3/4

Unterrichtsreihen zur Förderung der Datenkompetenz

Entwickelt nach dem Design-Based Research Ansatz (Cobb et al., 2003)

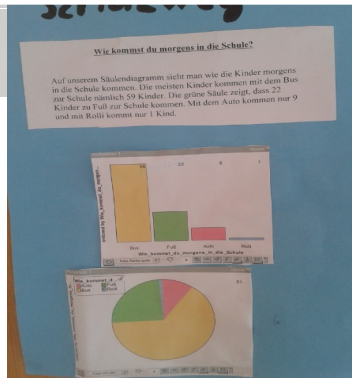
Teil 1 (Stunden 1-5):

- **... Statistische Fragestellungen und Erhebung der Daten**
- **... Datenoperationen und Erstellen von Diagrammen**
(Säulendiagramm, Balkendiagramm, Kreisdiagramm, Punktdiagramm)
 1. Datenanalyse analog (mit Steckwürfeln, Datenkarten)
 2. Datenanalyse digital (mit Software)
- **... das Beschreiben und Interpretieren der Diagramme**

Teil 2 (Stunden 6-12):

- **Durchführen eines statistischen Projekts**, z.B. „Meine Schule in Zahlen“, „Gesunde Ernährung in unserer Schule“, „Medienverhalten“ (und KIM-Studie) im Rahmen eines **Datenanalysezyklus**

Lauf einer Unterrichtsstunde



Erstellen von Datenpostern, Präsentation

(C) Konklusion

Unsere Fragen an die Schule

- ✓ Wie viele Kinder gehen an die Schule?
- ✓ Wie viele Jungen und Mädchen gehen an die Schule?
- ✓ Wie groß sind die Kinder der Schule insgesamt?
- ✓ Wie viele Kinder spielen Fußball?
- ✓ Wie viele Kinder haben braune Haare?
- ✓ Wie viele Haarfarben haben wir an der Schule?
- ✓ Wie viele Kinder spielen ein Musikinstrument?

Problem

Generieren von eigenen statistischen Fragestellungen

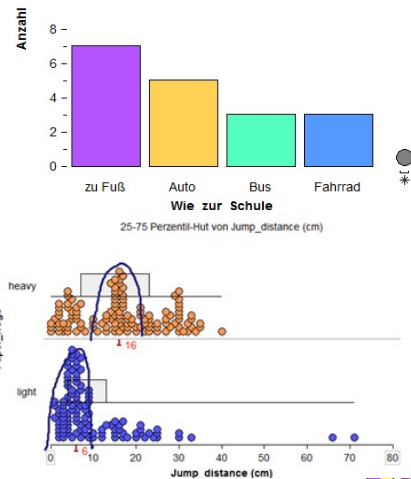
Analyse

Plan

Erstellung einer Freundschaftsbuchseite als

Daten

Import Daten in
ankerPlots, Bereinigung
der Daten



il	Wert	Ein...	Formel
	Willich		<input type="radio"/>
dt_Stadt_D...	Stadt		<input type="radio"/>
ename	Stropi		<input type="radio"/>
	Junge		<input type="radio"/>
	9		<input type="radio"/>
	4		<input type="radio"/>
	138		<input type="radio"/>
	35		<input type="radio"/>
	mehr als 4		<input type="radio"/>
	ja		<input type="radio"/>
	Hund		<input type="radio"/>
	mehr als 2		<input type="radio"/>
	6,00		<input type="radio"/>
	2		<input type="radio"/>

Das ist meine Seite

Ich heiße: _____

Hier wohne ich: _____

Mein Geburtstag: _____ Meine Lieblingsfarbe: _____

Ich esse am liebsten: _____

Mein Lieblingstier ist: _____

Mein Lieblingsbuch: _____

Das mache ich am liebsten: _____

Das mag ich überhaupt nicht: _____

Wenn ich groß bin, werde ich: _____

Da bist du nicht! _____

Das ist die richtige Seite

Von mir für dich

Einige Impressionen aus den Unterrichtsprojekten

Eigenständige Exploration durch Schülerpaare



TinkerPlots am interaktiven Whiteboard



→ Sowohl Demonstration der Funktionen als auch Präsentation der Ergebnisse

Hier: Demonstration zur Erstellung eines Säulendiagramms zur Verteilung des Merkmals „Geschwister“

[Video](#)

Präsentation der Poster zum Abschluss



Poster zum Abschluss

Wohnorte

In welchem Ort wohnen die meisten Kinder? – in welchem die wenigsten?

Wir haben geguckt wo die meisten Kinder wohnen und wo die wenigsten Kinder wohnen.
In Rischenau wohnen 31 Kinder und damit die meisten aus unserer Schule.

Die wenigsten Kinder wohnen in Köterberg. Nämlich nur ein Kind.

In Elbrinxen wohnen 15 Kinder.

In Hummersen 10 Kinder.

In Falkenhagen 9.

In Niese auch 9.

In Sabbenhausen 8.

In Wörderfeld 4.

In Ratsiek 3.

Und zuletzt in Köterberg ein Kind.

Aber ein Kind hat es nicht.



Schulweg

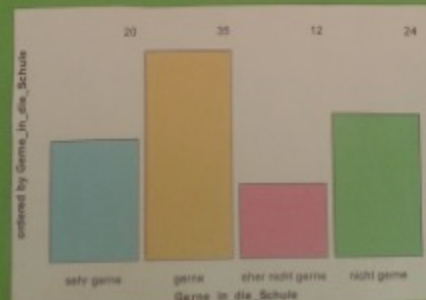
Wie kommst du morgens in die Schule?

Auf unserem Säulendiagramm sieht man wie die Kinder morgens in die Schule kommen. Die meisten Kinder kommen mit dem Bus zur Schule nämlich 59 Kinder. Die grüne Säule zeigt, dass 22 Kinder zu Fuß zur Schule kommen. Mit dem Auto kommen nur 9 und mit Rolli kommt nur 1 Kind.

Schule ist toll?

Wie viele Kinder gehen gerne in die Schule?

Das Diagramm zeigt wie viele Kinder gerne in die Schule gehen.
35 Kinder gehen gerne in die Schule.
24 Kinder gehen nicht gerne in die Schule.
20 Kinder gehen sehr gerne in die Schule.
12 Kinder eher nicht gerne in die Schule.
sehr gerne und gerne sind zusammen 55. Kinder also gehen 55 Kinder gerne in die Schule.



Umfrage

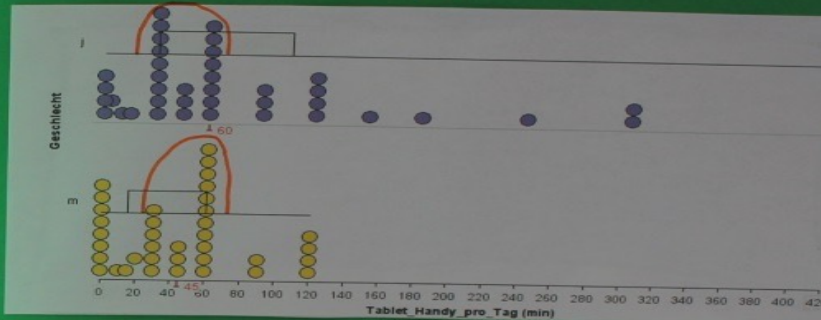
Große Jungs

The top plot shows the distribution of body heights for girls (Geschlecht). The x-axis is labeled 'Körpergröße' with values 120, 130, 132, 134, 136, 138, 140, 142, 144, 146. The y-axis is labeled 'Geschlecht'. There are 3 dots at 132, 3 dots at 134, 3 dots at 136, 3 dots at 138, 3 dots at 140, 3 dots at 142, 3 dots at 144, and 3 dots at 146.

The bottom plot shows the distribution of body heights for boys (m). The x-axis is labeled 'Körpergröße' with values 120, 130, 132, 134, 136, 138, 140, 142, 144, 146. The y-axis is labeled 'm'. There are 3 dots at 132, 3 dots at 134, 3 dots at 136, 3 dots at 138, 3 dots at 140, 3 dots at 142, 3 dots at 144, and 3 dots at 146.

Alle Kinder der 4. Klasse werden in 2 Gruppen eingeteilt. Die Mädchen bilden eine Gruppe, die Jungen eine andere. Die Mädchen sind im Durchschnitt größer als die Jungen. Die Jungen sind im Durchschnitt kleiner als die Mädchen.

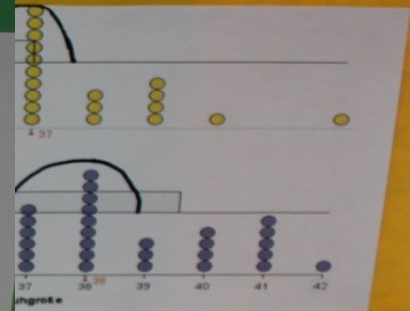
Wer ist süchtig?



Die Kinder aus der vierten Klasse der Almschule Wewer haben bewiesen, dass die Technik von heute selbst kleine Kinder mitreist. Es gibt auch Kinder, die mit der modernen Technik nicht viel zu tun haben. Manche Mädchen sind gar nicht am Tablet oder Handy. Bei den Mädchen ist der größte Wert 2 h. 10 min ist bei den Jungen 40 min der kleinste Wert der größte 1 h. Durchschnittlich spielt jedes Mädchen 45 min jeder Junge spielt 60 min. Der Hut spiegelt mehrere Wertefelder. Einmal die Spanne der Werte, vom Kleinsten bis zum größten unter der Krempe des Huts. Bei den Mädchen beträgt die Spanne 0-120 min, bei den Jungen 0-420 min. Der Hügel von den Mädchen geht von 30 min - 60 min bei den Jungen genauso. Es hat sich bewiesen, dass die Junge mehr am Handy oder Tablet hängen.

Lorik, Olaf, Johanna, Olivio

es, dass Jungen
größere Füße haben?



in Weizen wurden
ben.
Wert 37 und der-
von hängt alles
die Weizen
wie bei dem Nachbarn
20 gerann zu um
Jahre oder jungen
schafgrößen 20 20
Nachbar in 100
für 60, 20 ein
die gesamte
Nachbarn. Der
in dem Nachbarn
ist die Weizen
we. Der Nachbarn
unabhängig von
bedrückt 20
zusammen beträgt
gleich ist also
n. Das bedeutend
auch größere
mitweizen werden
mit weizen weizen

Vorstellung der Ergebnisse in der Schule



Teil 4

Kurzer Input und Arbeitsphase „Stochastische
Simulationen mit TinkerPlots“

Was soll im Bereich „Wahrscheinlichkeit“ in der Primarstufe vermittelt werden?

Die Schülerinnen und Schüler ...

- ...verwenden die Begriffe sicher, möglich und unmöglich
- ...vergleichen Wahrscheinlichkeiten von zufälligen Ergebnissen
- ...planen einfache Zufallsexperimente, führen sie durch und dokumentieren sie
- ...nutzen Versuchsreihen, um die Wahrscheinlichkeit von Ergebnissen einzuschätzen
- ...nutzen Anordnungen, um die Wahrscheinlichkeit von Ergebnissen einzuschätzen

(aus Hasemann & Mirwald 2012)

Was soll im Bereich „Wahrscheinlichkeit“ in der Primarstufe vermittelt werden?

Die Schülerinnen und Schüler ...

- ...verwenden die Begriffe sicher, möglich und unmöglich
- ...vergleichen Wahrscheinlichkeiten von zufälligen Ergebnissen
- ...planen einfache Zufallsexperimente, führen sie durch und dokumentieren sie
- **...nutzen Versuchsreihen, um die Wahrscheinlichkeit von Ergebnissen einzuschätzen**
- ...nutzen Anordnungen, um die Wahrscheinlichkeit von Ergebnissen einzuschätzen

(aus Hasemann & Mirwald 2012)

Die Idee der stochastischen Simulation

Hinführung zum frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff

- Über die Durchführung von Experimenten Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen anhand von relativen Häufigkeiten schätzen → Empirisches Gesetz der großen Zahl
- Empirisches Gesetz der großen Zahlen: Die relative Häufigkeit eines Ereignisses $h_n(A)$, die man bei Wiederholung eines Zufallsexperiments erhält, **pendelt sich** bei wachsender Wiederholungszahl n bei der Wahrscheinlichkeit $P(A)$ **ein**.

Die Idee der stochastischen Simulation

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	2	4	5	7	8	10	11	10	1	2	3	1
3	2	4	3	6	7	4	8	8	6	7	1	1
4	2	4	3	6	7	8	10	6	2	6	4	1
5	1	2	2	1	12	6	8	8	5	2	2	2
6	2	5	2	3	13	15	3	6	4	4	0	2
7	4	4	4	4	2	17	5	7	7	3	5	1
8	1	7	2	6	2	10	6	2	2	1	4	4
9	2	1	3	4	4	77	4	7	0	7	1	1
10	7	1	3	5	5	8	12	6	13	4	4	7

- Erfahrung zunächst händisch → dann: Computereinsatz?
- Und was ist mit relativen Häufigkeiten?

Die Zufallsmaschine in TinkerPlots



Demo

Wo kann TinkerPlots bei der Simulation von Zufallsexperimenten unterstützen?

- Einfaches Erstellen eines Zufallsgenerators, Modellieren des Zufallsexperiments (ohne Formelkenntnisse)
- Simulation von mehrstufigen Zufallsexperimenten, Erhebung und Dokumentation der Daten
- “Schnelles” Visualisieren von Häufigkeitsverteilungen
- “Adäquates” Visualisieren von Häufigkeitsverteilungen (Kreisdiagramm, Säulendiagramm mit absoluten Häufigkeiten)

Simulation von Zufallsexperimenten: Der einfache Münzwurf

Auf dem Weg zum frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff

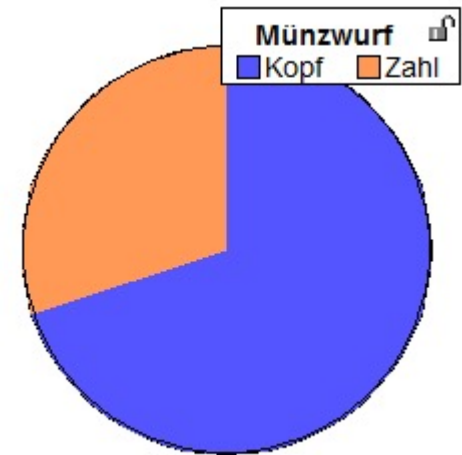
Demo: Simulation des einfachen Münzwurfs ($n=10$)



Ergebnisse von Zufalls... Einstellungen

	Münzwurf	<neu>
1	Zahl	
2	Kopf	
3	Kopf	
4	Kopf	
5	Zahl	
6	Zahl	
7	Kopf	
8	Kopf	
9	Kopf	
10	Kopf	

geordnet durch Münzwurf



Simulation von Zufallsexperimenten: Der einfache Münzwurf

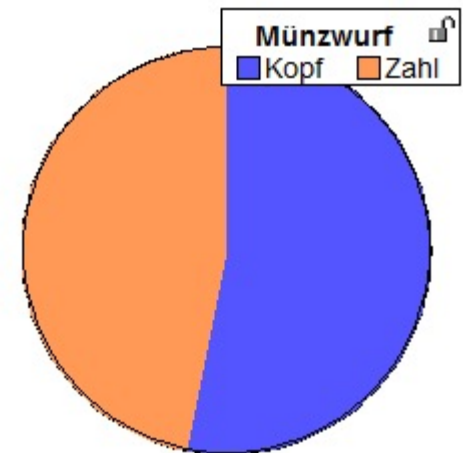
Auf dem Weg zum frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff

Demo: Simulation des einfachen Münzwurfs ($n=100$)



Ergebnisse von Zufalls... Einstellungen	
Münzwurf	<neu>
91	Zahl
92	Zahl
93	Zahl
94	Zahl
95	Zahl
96	Kopf
97	Kopf
98	Zahl
99	Kopf
100	Kopf

geordnet durch Münzwurf



Simulation von Zufallsexperimenten: Der einfache Münzwurf

Auf dem Weg zum frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff

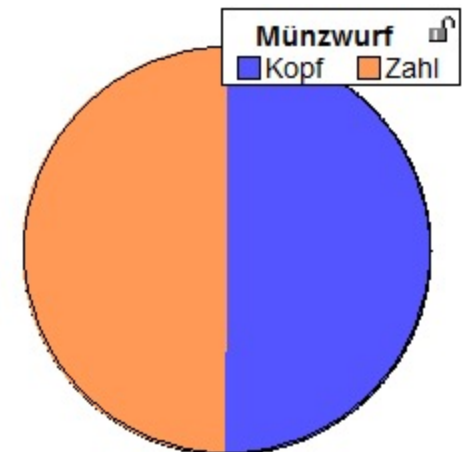
Demo: Simulation des einfachen Münzwurfs ($n=1000$)



The screenshot shows the 'Ergebnisse von Zufalls...' (Results of Random...) window. It displays a table of 1000 coin flip results. The first row is highlighted, showing a blue bar for 'Kopf' and an orange bar for 'Zahl'. The table has two columns: 'Münzwurf' and '<neu>'. The results are as follows:

	Münzwurf	<neu>
991	Kopf	
992	Kopf	
993	Kopf	
994	Kopf	
995	Kopf	
996	Kopf	
997	Zahl	
998	Kopf	
999	Zahl	
1000	Kopf	

geordnet durch Münzwurf

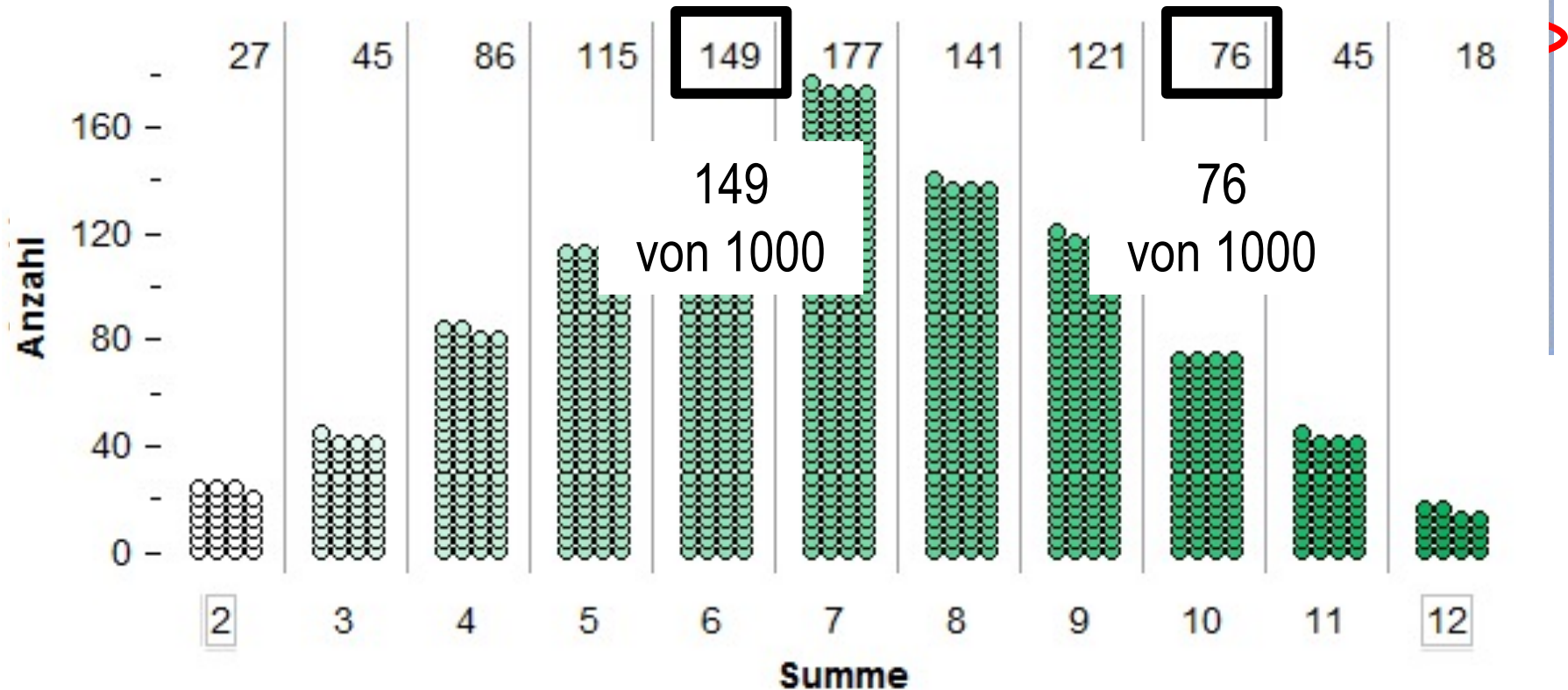


Simulation des doppelten Würfelwurfs in TinkerPlots...

vgl. Jackes-Schulte (2016); Plückebaum (2018)



Ergebnisse von Zufallsmaschine 1					Einstellungen
	Gesamt	Wurf1	Wurf2	Summe	
993	3;6	3	6	9	
994	4;6	4	6	10	

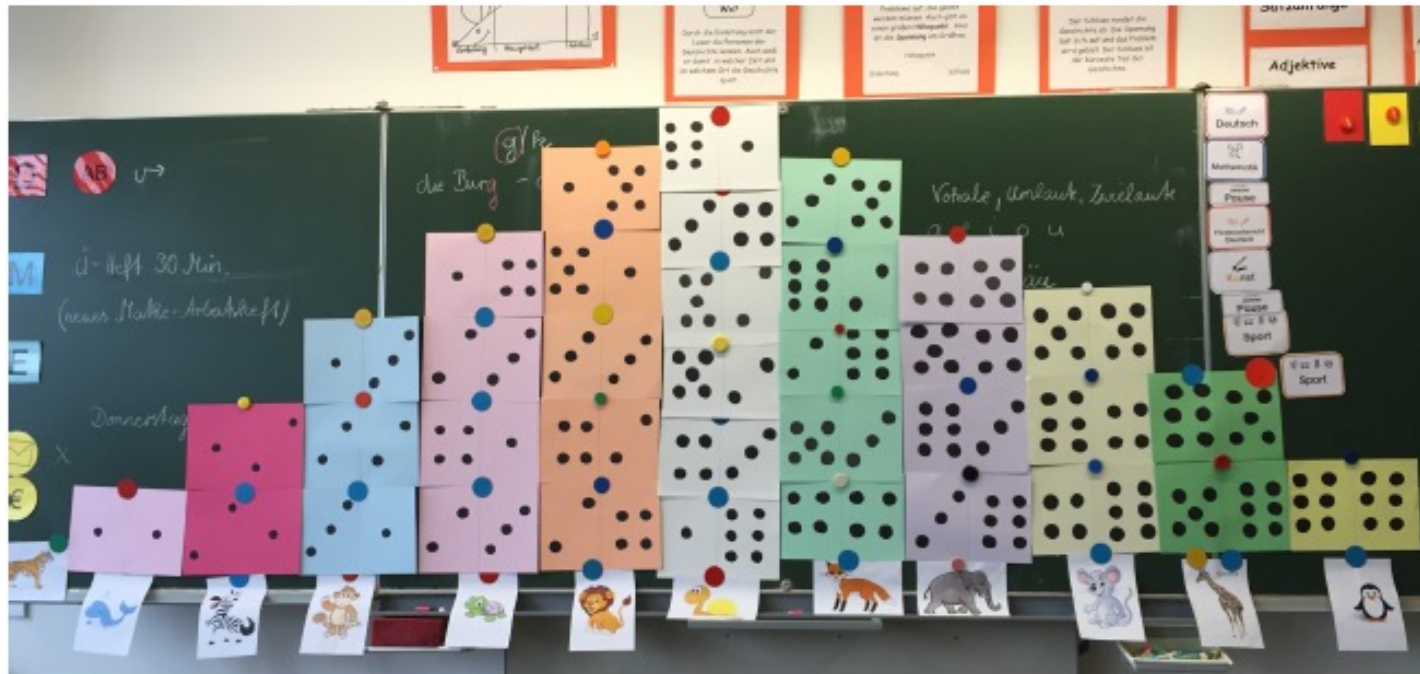


Simulation von Zufallsexperimenten: Der doppelte Würfelwurf

Auf dem Weg zum frequentistischen Wahrscheinlichkeitsbegriff

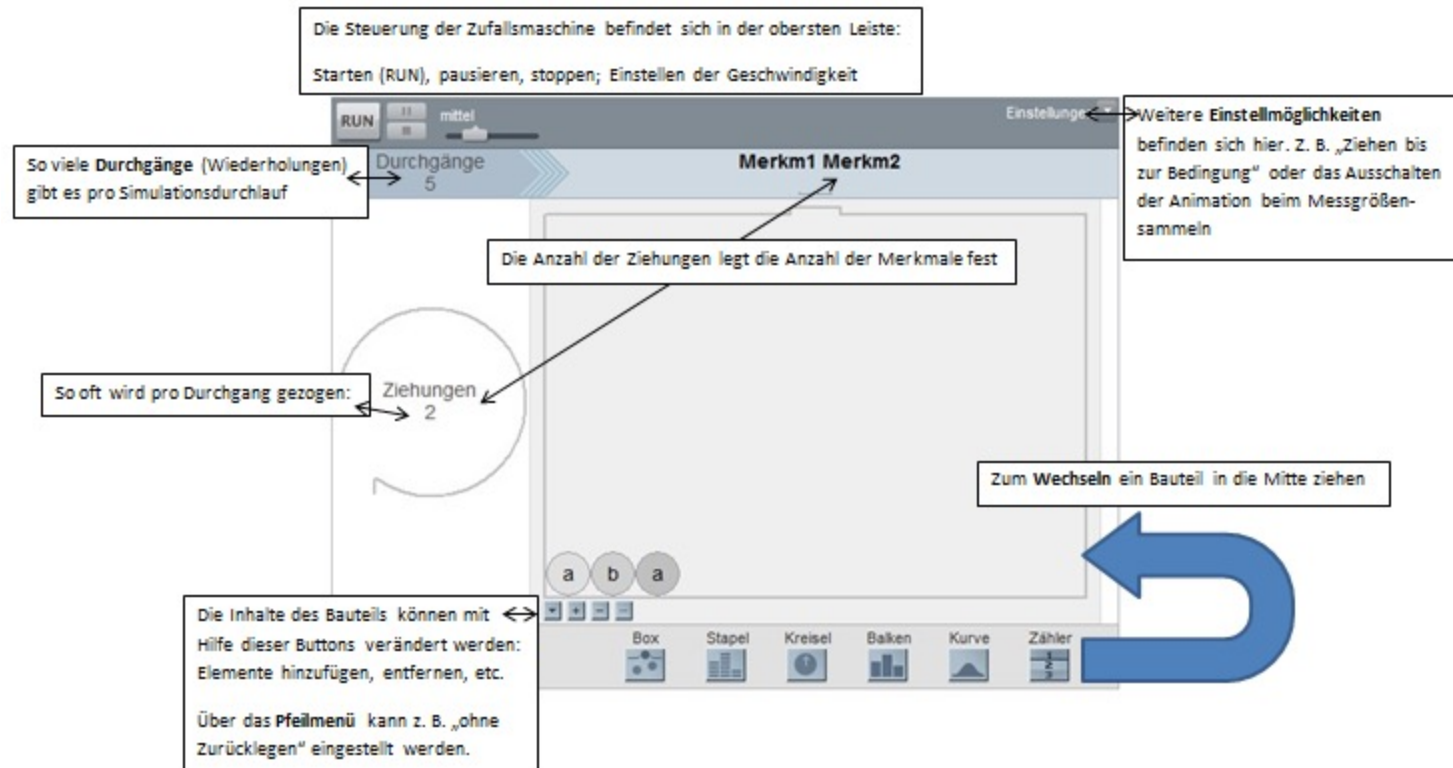
Demo: Simulation des doppelten Würfelwurf

Für Unterrichtseinheit zum doppelten Würfelwurf im Mathematikunterricht der Primarstufe
siehe z.B. Wuestenfeld (2007) oder Jackes-Schulte (2016)



Einige nützliche Hinweise...




Die Zufallsmaschine in der Übersicht



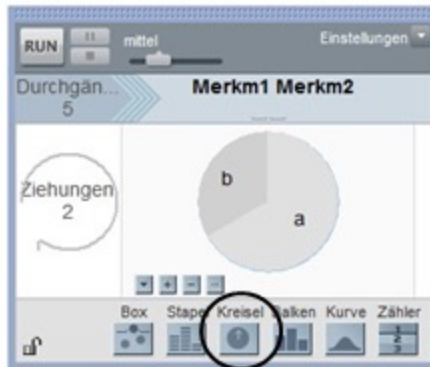
Einige nützliche Hinweise...

Die einzelnen Bauteile der Zufallsmaschine



Die **Box** kann mit maximal 10.000 beliebig beschrifteten Kugeln gefüllt werden. Mit dem  und  Button werden Kugeln hinzugefügt, bzw. gelöscht. Die Kugeln können beliebig beschriftet werden. Bei einer großen Anzahl an Kugeln (oder Zeichen pro Kugel) ist dies jedoch recht mühsam. Liegen die Elemente in einer Liste (z. B. in Excel) oder als Textdatei in einzelnen Zeilen vor, so lassen sie sich einfach durch Kopieren und Einfügen in den Mixer legen. Zahl- oder Buchstabenbereiche lassen sich komfortabel über das Eingabefenster  eingeben. Beim Starten (Klick auf Run) wird

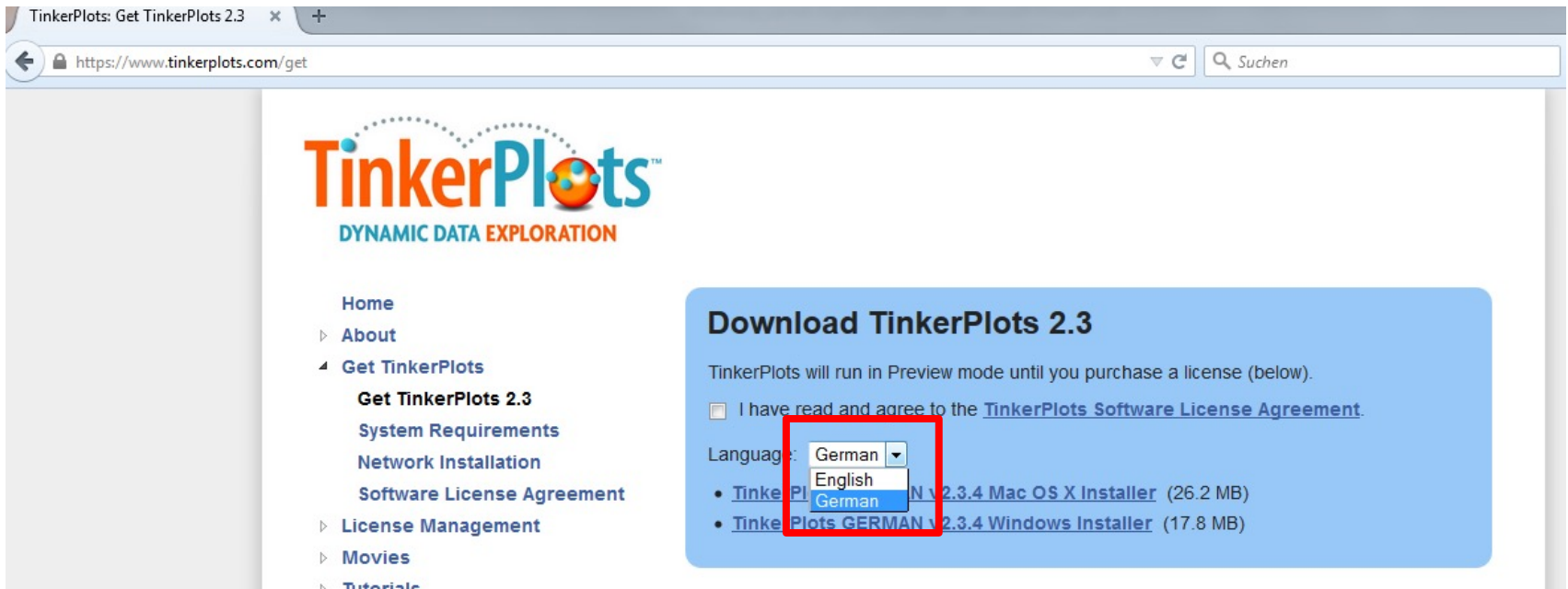
zufällig eine Kugel ausgewählt, ihr Wert entsprechend der Ziehung unter den Merkmalsnamen geschrieben und sie je nach Einstellung zurückgelegt. Es kann mit oder ohne Zurücklegen gezogen werden, standardmäßig wird mit Zurücklegen gezogen.



Am **Kreis** können maximal 10.000 Segmente erstellt werden, wobei die Größe jedes einzelnen individuell einstellbar ist (in der Summe müssen sich 100 Prozent ergeben). Die entsprechende Prozentzahl oder der entsprechende Anteil kann über das Pfeilmü eingblendet werden. Mit der Beschriftung verhält es sich wie bei den beiden vorherigen Bauteilen. Hier kann nur mit Zurücklegen gezogen werden.

Falls noch nicht geschehen: TinkerPlots Download

1. Download von TinkerPlots unter www.tinkerplots.com/get (Win-Version und MAC-Version)

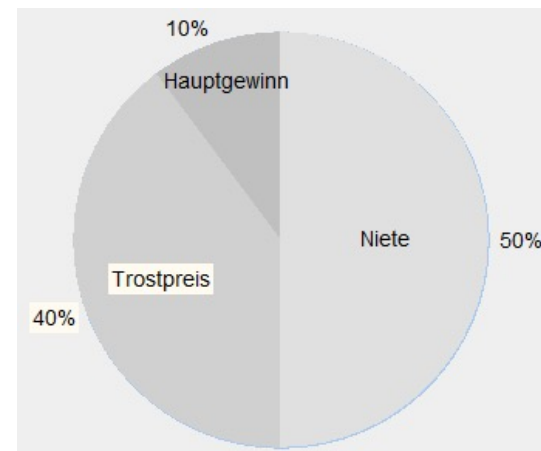


2. Installation des Programms

Stochastische Simulationen mit TinkerPlots

Ihre Arbeitsaufträge (20 Minuten) - suchen Sie sich etwas aus:

1. Simulieren Sie den zweifachen Münzwurf und schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit, zweimal Wappen zu erhalten.
2. Simulieren Sie den dreifachen Würfelwurf und schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit, die Augensumme 6 zu erhalten.
3. Bauen Sie in einer Simulation das folgende Glücksrad nach und schätzen Sie die Wahrscheinlichkeit, beim zweifachen Dreh beides Mal „Hauptgewinn“ zu erhalten.



Abschließendes Fazit und Ausblick

Abschließendes Fazit

- **Ein kompetenter Umgang mit Daten kann bereits im MU der Primarstufe gefördert werden** - wesentliche Komponenten:
 - Durchlaufen des Datenanalysezyklus PPDAC (Datenprojekte!)
 - Nutzen realer Daten
 - Sinnvoller Einsatz digitaler Werkzeuge
- Die Software TinkerPlots kann...
 - ...ein Tool sein, um z.B. auch die **Exploration großer Datensätze** zu ermöglichen
 - ...ein Tool sein, um Lernenden **Prä-Konzepte** (wie modale Klumpen oder Datenhüte) für das Zentrum einer Verteilung und deren Vergleich anzubieten
 - ...ein Tool für den Lehrer/die Lehrerin sein, um **Visualisierungen in den Daten** und die Analyse größerer Datensätze im Unterricht zu demonstrieren

Literatur (ausgewählt)

- Arbeitskreis Stochastik der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik. (2003). Empfehlung zu Zielen und zur Gestaltung des Stochastikunterrichts. *Stochastik in der Schule*, 23(3), 21-26.
- Biehler, R., & Frischemeier, D. (2013). Spielerisches Erlernen von Datenanalyse - Von Datenkarten und lebendiger Statistik zur Software TinkerPlots - Ein Workshop im Rahmen einer Lehrerfortbildung für die Primarstufe. *Stochastik in der Schule*, 33(3), 1-8.
- Biehler, R., & Frischemeier, D. (2015). Förderung von Datenkompetenz in der Primarstufe. *Lernen und Lernstörungen*, 4(2), 131-137.
- Friel, S.N., Curcio, F.R. & Bright, G.W. (2001). Making Sense of Graphs: Critical Factors Influencing Comprehension and Instructional Implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32 (2), 124-158.
- Hasemann, K., & Mirwald, E. (2012). Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit. In G. Walther, M. van den Heuvel-Panhuizen, D. Granzer, & O. Köller (Eds.), *Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret* (pp. 141-161). Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Konold, C., & Miller, C. (2011). TinkerPlots 2.0. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.
- Leavy, A., Meletiou-Mavrotheris, M., & Paparistodemou, E. (2018). *Statistics in Early Childhood and Primary Education: Supporting Early Statistical and Probabilistic Thinking*. Singapore: Springer.
- Harradine, A., & Konold, C. (2006). *How representational medium affects the data displays students make*. Paper presented at the Seventh International Conference on Teaching Statistics, Salvador, Brazil.
- Wild, C. J., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical Thinking in Empirical Enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.

Vielen lieben Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

Bei Fragen oder Materialanfragen:
dfrische@uni-muenster.de